Løsningsforslag til udfordringen på Ugeseddel 4

Vi bruger følgende notation.

E: mængden af eksterne kanter, dvs. kanter incidente til et blad.
I: mængden af interne kanter, dvs. resten af kanterne.

$T(f)$: Hvis f er kanten mellem knuden x og dens forælder, er $T(f)$ undertræet med rod i x.

$n_i(T)$: # indre knuder i træet T.
$n_e(T)$: # blade i træet T.
Ifølge opgave B.5-3 er $n_e(T) = n_i(T) + 1$. Dette resultat bruger vi et par gange i de følgende udregninger.

$$\begin{aligned} i &= \sum_{f \in I} \text{“\#veje som indeholder } f \text{ og ender i en intern knude”} \\ &= \sum_{f \in I} n_i(T(f)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e &= \sum_{f \in I \cup E} \text{“\#veje som indeholder } f \text{ og ender i et blad”} \\ &= \sum_{f \in I \cup E} n_e(T(f)) \\ &= \sum_{f \in I} n_e(T(f)) + \sum_{f \in E} n_e(T(f)) \\ &= \sum_{f \in I} (n_i(T(f)) + 1) + \sum_{f \in E} 1 \\ &= \sum_{f \in I} n_i(T(f)) + (n-1) + (n+1) \\ &= i + 2n \end{aligned}$$