

DM205 – Ugeseddel 2

Mandag d. 16/4

AFLYST

Øvelser torsdag d. 19/4

1. Opgave 1.1 på side 6.
2. Opgave 1.2 på side 6 (se på det statiske problem).
3. Opgave 1.4 på side 8 med følgende modifikation:
Erstat “ $-\text{OPT}_F$ ” med “ $+\text{OPT}_F$ ” i uligheden, som skal bevises.
Hint: Lad potential-funktionen angive d gange antallet af inversioner.
4. Opgave 1.5 på side 8 er forkert: “MTF every other access” har en competitive ratio på mindst $7/3$. (Det blev vist af Ansgar Grüne og hans studerende.)
Bevis dette ved at se på vilkårligt mange gentagelser af følgende sekvens

$$\begin{aligned} \langle a_1, a_2, \dots, a_n, \quad & b_n, b_n, b_{n-1}, b_{n-1}, \dots, b_1, b_1, \\ & a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, b_n, b_n, b_{n-1}, b_{n-1}, \dots, b_1, b_1, \\ & b_1, b_2, \dots, b_n, \quad & a_n, a_n, a_{n-1}, a_{n-1}, \dots, a_1, a_1, \\ & b_n, b_{n-1}, \dots, b_1 \quad & a_n, a_n, a_{n-1}, a_{n-1}, \dots, a_1, a_1 \rangle \end{aligned}$$

Hint: Antag, at “MTF every other access” starter med at have listen sorteret på følgende måde:

$$\langle a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n \rangle$$

mens OPT starter med listen sorteret på følgende måde:

$$\langle a_1, a_2, \dots, a_n, b_n, b_{n-1}, \dots, b_1 \rangle$$

(Hvorfor kan vi tillade os at antage, at de to algoritmer starter med forskellig konfiguration?)

5. Opgave 1.6 på side 10.
6. Opgave 1.7 på side 11.
7. Se på beviset for den nedre grænse for FCs competitive ratio. Hvad sker der, hvis hvert element request’es k gange i stedet for $k + 1 - i$ gange?
8. Opgave 1.9 og 1.10 på side 15.
9. I udledningen af Lemma 1.2 antog vi, at
 - OPT har parvis-egenskaben, og at
 - OPT ikke bruger betalte ombytninger

Ingen af delene gælder generelt. Forklar, hvordan vi kan komme af med de to antagelser. D.v.s. forklar første halvdel af side 16.

Øvelser/forelæsning fredag d. 20/4

1. Opgaver, som vi ikke nåede om torsdagen — hvis der er nogen.
2. Opgave 1.12 på side 17.
 - Afsnit 2.1: Randomiserede online algoritmer
 - Afsnit 2.2 og 2.4: BIT — en $7/4$ -competitive barely random variant af MTF
Vi springer beviset i afsnit 2.2 over.
 - Afsnit 2.5: COMB — en barely random algoritme med competitive ratio $8/5$
 - Afsnit 2.3: RMTF — en randomiseret variant af MTF med competitive ratio 2.