

DM205 – Ugeseddel 4

Mandag d. 30/4

- Sætning 4.2: RANDOMs competitive ratio er mindst k .
- Afsnit 4.3: Algoritmen MARK er $2H_k$ -competitive.
- Afsnit 4.4: Ingen randomiseret paging algoritme kan være bedre end H_k -competitive.
- Afsnit 8.3.2: Yaos Princip.
- Afsnit 8.4: Yaos Princip anvendt på paging.
- Hvis der bliver tid, begynder vi på artiklen “The Relative Worst Order Ratio Applied to Paging”, som ligger tilgængelig på kursushjemmesiden.

Torsdag d. 3/5

1. En algoritme har look-ahead ℓ , hvis den kan se ikke blot den aktuelle request, men de kommende ℓ requests. Vis, at look-ahead ikke kan give bedre competitive ratios. D.v.s. vis, at enhver deterministisk algoritme med look-ahead ℓ har en competitive ratio på mindst k , uanset hvor stor ℓ er.
 2. Opgave 4.1 på side 46.
 3. Opgave 4.2 på side 48.
 4. Opgave 4.5 på side 50.
 5. Opgave 4.6 på side 51.
- Den resterende tid bruger vi på artiklen “The Relative Worst Order Ratio Applied to Paging”.

Yaos Princip

Lad P være en sandsynlighedsfordeling over mængden af input-sekvenser σ , og lad P_n være den tilsvarende marginale sandsynlighedsfordeling over input-sekvenser af længde n .

En algoritme A er c -competitive mod P , hvis

$$\exists b: \forall n: E_{P_n}[A(\sigma)] \leq c \cdot E_{P_n}[\text{OPT}(\sigma)] + b.$$

A 's competitive ratio mod P er $\mathcal{R}_P(A) = \inf\{c \mid A \text{ er } c\text{-competitive mod } P\}$.

Yaos princip kan nu formuleres på denne måde:

$$\inf_{A \in \mathbf{R}} \{\overline{\mathcal{R}}_{\text{OBL}}(A)\} = \sup_{P \in \mathbf{P}} \{ \inf_{A \in \mathbf{D}} \{\mathcal{R}_P(A)\} \}, \text{ hvor}$$

$\mathbf{R}$ er mængden af randomiserede algoritmer

$\mathbf{D}$ er mængden af deterministiske algoritmer

$\mathbf{P}$ er mængden af sandsynlighedsfordelinger over mængden af input-sekvenser

D.v.s. competitive ratio for den bedste randomiserede algoritme mod en oblivious adversary er lig competitive ratio af den bedste deterministiske algoritme D på input fra en værst mulig fordeling. D.v.s. kan man finde en fordeling, mod hvilken ingen deterministisk algoritme kan være bedre end c -competitive, da er c en nedre grænse for alle randomiserede algoritmer.