Institut for Matematik og Datalogi
Syddansk Universitet, Odense

31. august 2004
LMF

DM02 – Ugeseddel 1

Forelæsning 6/9

- Introduktion til kurset (Cormen et al. Kap. 1).
- Induktion (Hopcroft et al. s. 19–26).
- Start på algoritmeanalyse (Cormen et al. Afsnit 2.1).

Forelæsning 7/9

- Algoritmeanalyse — eks.: insertion sort (Cormen et al. Afsnit 2.1–2.2).
- Asymptotisk notation (Cormen et al. Afsnit 3.1).

Asymptotisk notation:

Lad f og g være positive funktioner. I bogen står der, at

- $f(n) \in o(g(n))$, hvis $\lim_{n\to\infty} \dfrac{f(n)}{g(n)} = 0$.
- $f(n) \in \omega(g(n))$, hvis $\lim_{n\to\infty} \dfrac{f(n)}{g(n)} = \infty$.

Tilsvarende gælder

- $f(n) \in O(g(n))$, hvis $\lim_{n\to\infty} \dfrac{f(n)}{g(n)} < \infty$.
- $f(n) \in \Omega(g(n))$, hvis $\lim_{n\to\infty} \dfrac{f(n)}{g(n)} > 0$.
- $f(n) \in \Theta(g(n))$, hvis der eksisterer en konstant $c > 0$, så $\lim_{n\to\infty} \dfrac{f(n)}{g(n)} = c$.

Til at forenkle udtrykket $\lim_{n\to\infty} \dfrac{f(n)}{g(n)}$ kan man nogle gange bruge **L'Hôpitals regel:**

Lad f og g være differentiable funktioner med afledede f' og g'.

Hvis $\lim_{n\to\infty} f(n) = \lim_{n\to\infty} g(n) = \infty$, da er $\lim_{n\to\infty} \dfrac{f(n)}{g(n)} = \lim_{n\to\infty} \dfrac{f'(n)}{g'(n)}$.

Øvelsesopgaver 7/9, 8/9 og 9/9

Da øvelserne generelt vil basere sig på forelæsningen ugen før, vil 1. øvelsesgang blive brugt til at etablere matematiske forudsætninger. Læs baggrundsmaterialet (se side 3) og stil spørgsmål til øvelserne.

Opgaver i mængdelære og logik

1. A og B er mængder. Find vha. Venn diagrammer og/eller lovene det simpleste udtryk for følgende.

   (a) $A - (A - B)$

   (b) $A - (A \cap B)$

   (c) $(A \cup B) - A$

   (d) $(A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B)$

   (e) $\overline{\overline{A} \cap \overline{B}}$

   (f) $A \cup (B \cap (A - (B - A)))$

2. Hvilke af følgende udsagn er sande?

   (a) Hvis $1 + 1 = 2$, så er $2 + 2 = 4$.

   (b) $1 + 1 = 3$, kun hvis $2 + 2 = 6$.

   (c) $(1 = 2$ og $1 = 3)$, hvis og kun hvis $1 = 3$.

   (d) Hvis $1 + 1 = 3$, så er $1 + 2 = 3$.

   (e) Hvis $1 = 2$, så er $2 = 3$ og $2 = 4$.

   (f) Kun hvis $3 - 1 = 2$, er $1 - 2 = 0$.

3. Skriv følgende udsagn på simplest mulig form.

   (a) $(p \to q) \wedge (p \to \neg q)$

   (b) $p \vee (p \to q)$

   (c) $p \wedge (p \to q)$

   (d) $(p \to q) \wedge (\neg p \to q)$

   (e) $p \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$

   (f) $q \wedge (p \to q)$

4. Overvej sætningen "Everybody loves somebody sometime". For at være præcise lader vi $L(x, y, t)$ betegne, at x elsker y til tid t. Udtryk udsagnet vha. af L under brugen af kvantorer ($\forall$, $\exists$).

Opgaver i induktion

1. Bevis ved induktion, at $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$.

2. Løs opgave B.1-5 i Cormen et al. vha. induktion.

3. Overvej følgende "sætning":

   Sætning 1 Alle æbler har samme farve.

   Bevis Ved induktion over antallet n af æbler.

   Basis ($n = 1$): Det er klart, at i en mængde af æbler, der består af kun ét æble, har alle æbler samme farve.

Induktionsskridt ($n \geq 2$): Vi antager, at alle mængder af højst n æbler har samme farve og skal nu vise, at det også gælder for $n + 1$.

Tag det $(n+1)$'te æble fra. Per induktion har de resterende n æbler samme farve. Tag nu i stedet 1. æble fra. Per induktion har de resterende n æbler samme farve. Dvs. at æble 1 har samme farve som æblerne 2 til n, som igen har samme farve som æble $n + 1$. Altså har de alle samme farve. $\square$

Baggrundslæsning

- Martin s. 3–22 handler om mængder, logik og funktioner. Materialet forudsættes bekendt fra gymnasiet og MM01, men er medtaget her, så man har en nem mulighed for at genopfriske stoffet, hvis man mener, det ville være gavnligt. Appendiks B.1 i Cormen et al. handler også om mængdelære. Det er mere kompakt og indeholder lidt flere begreber end det tilsvarende afsnit i kompendiet.
- Afsnit 3.2 og Appendiks A i Cormen et al. kan være godt at slå op i af og til.

Litteratur

(kan købes i Studenterboghandelen)

Lærebog:
Cormen, Leiserson, Rivest, Stein: *Introduction to Algorithms*.
2. udgave, MIT Press, 2001.

På ugesedlerne vil bogen blive refereret som “Cormen et al.”.

Kompendier:
Tidligere Eksamenssæt og
Supplerende Noter.
De supplerende noter indeholder uddrag fra to lærebøger. På ugesedlerne vil disse uddrag blive refereret som henholdsvis “Martin” og “Hopcroft et al.”. De, der har noterne fra sidste eller forrige år, behøver ikke at købe dem igen.

Ugesedler

Ugesedlerne vil udkomme tirsdag eftermiddag. De kan hentes via kursets hjemmeside
`http://www.imada.sdu.dk/~lenem/Teaching/DM02/`
eller fra holderen på gangarealerne i nærheden af sekretariatet.

Mailingliste

Kurset har en mailingliste, som man kan tilmelde sig via
`http://www.imada.sdu.dk/mailman/listinfo/dm02`

Konti

De få, der måtte mangle en konto på systemet (login/password), kan henvende sig til Anders Fredslund på Institut for Matematik og Datalogi.

Tid og Sted

Forelæsninger

Forelæsningerne afholdes tirsdag kl. 8–10 i U37 (i kælderen ved indgang C).

I uge 37 er der en ekstra forelæsning mandag kl. 10–12 i U47.

I uge 38 er jeg bortrejst, og forelæsningen er derfor aflyst.

Øvelser

De fleste uger ser skemaet for eksaminatorietimerne sådan ud:

Hold	dag	kl.	lokale	instruktor
S2	tirsdag	14–16	U49B	Martin Ehmsen
D1	onsdag	12–14	U29	Rune Larsen
Mat-Øk	onsdag	12–14	U49E	Martin Ehmsen
S1	torsdag	12–14	U29	Steffen E. Godskesen

Uge 46:

I denne uge flyttes de to onsdagshold pga. uddannelsesdagen.

D1: tirsdag kl. 16–18 i U9
Mat-Øk: aftaler med deres instruktor, hvornår deres timer skal ligge.

Uge 51:

I denne uge har alle hold ekstra eksaminatorietimer.

S2: onsdag kl. 8–10 i U28
D1: tirsdag kl. 16–18 i U9
S1: fredag kl. 10–12 i U37
Mat-Øk: aftaler med deres instruktor, hvornår deres ekstra timer skal ligge.

Evaluering

Som forudsætning for at kunne indstille sig til eksamen skal man have godkendt en obligatorisk opgave. Har man tidligere fået godkendt en obligatorisk opgave i DM02, skal man ikke lave den igen.

Kurset afsluttes med en fire timers skriftlig eksamen fredag d. 17. januar. Alle skriftlige hjælpemidler er tilladte. Karakteren, der gives efter 13-skalaen, baseres udelukkende på selve den skriftlige eksamen.