

Sidste gang:

- $\neg \wedge \vee \Rightarrow \Leftrightarrow$

- Sandhedstabeller

for operatorerne og for sammensatte udtryk
f.eks.:

- $p \Rightarrow q \Leftrightarrow \neg q \Rightarrow \neg p$ (Tabel 1.3.7, 2. linie)

Tabel 7 er nyttig!

Læs alle ækvivalenser, og check, at du
forstår dem.

En ækvivalens mere fra Tabel 1.3.7:

1. linje:

$$p \Rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$$

Beris to og to!

Beris:

p	q	$p \Rightarrow q$	$\neg p \vee q$	
S	S	S	S	} (1)
S	F	F	F	
F	S	S	S	} (2)
F	F	S	S	

Kan også argumentere for flere rækker ad gangen:

For begge udtryk gælder:

(1): Hvis p er sand, skal q også være det

(2): Hvis q er falsk, er p uden betydning.

Tabel 1.3.6 (s. 25) er også vigtig:

Nogle simple, nogle lidt mere komplicerede:

Distributive Love: (lidt som at gange ind i parentes)

$$(1) \quad p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$$(2) \quad p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

De Morgans Love:

$$(1) \quad \neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$$

Bevis: opgave til næste uge

$$(2) \quad \neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$$

Bevis: Tabel 3, s. 24

Eks:

$$\begin{array}{l} \Downarrow \neg(3.5 \geq 4.4 \quad \vee \quad 2.6 > 4.4) \\ \quad 3.5 < 4.4 \quad \wedge \quad 2.6 \leq 4.4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \Downarrow \neg(5 < 7 \quad \wedge \quad 2^4 = 2.4) \\ \quad 5 \geq 7 \quad \vee \quad 2^4 \neq 2.4 \end{array}$$

Efterhånden, som vi har flere og flere ækvivalenser at gøre gældt med, er sandhedstabeller ikke nødvendigvis den mest effektive måde at bevise nye ækvivalenser:

Eks 1.3.6: (s. 27-28)

Tabel 1.3.7, linje 5: $\neg(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \neg q$

Beris:

$$\begin{aligned} \neg(p \Rightarrow q) &\Leftrightarrow \neg(\neg p \vee q), && \text{ifølge Tabel 1.3.7, linje 1} \\ &\Leftrightarrow \neg(\neg p) \wedge \neg q, && \text{ifølge De Morgan (2)} \\ &\Leftrightarrow p \wedge \neg q, && \text{ifølge Dobbelt-negations-loven} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \neg(p \Rightarrow q) &\Leftrightarrow \neg(\neg p \vee q), \\ &\Leftrightarrow \neg(\neg p) \wedge \neg q, \\ &\Leftrightarrow p \wedge \neg q, \end{aligned}} \right\}$$

Tabel 1.3.6

Check også Tabel 1.3.8 !

Opgave 1.2.13

Riddere taler altid *sandt*.

Knægte *lyver* altid.

A siger „Mindst en af os er knægt“

Hvad er hhv. A og B ?

Løs to og to!

$$\underline{a} \Rightarrow (\neg a \vee \neg b) \wedge a \Rightarrow \underline{\neg b}$$

$$\neg a \Rightarrow \neg(\neg a \vee \neg b) \wedge \neg a \Rightarrow (\underline{a \wedge b}) \wedge \underline{\neg a} \quad \text{De Morgan (2)} \quad \text{⚡}$$

Eller

a	b	A siger: $\neg a \vee \neg b$	
S	S	F	{ $\neg a \vee \neg b$
S	F	S	
F	S	F	{ $\neg(\neg a \vee \neg b) \Leftrightarrow a \wedge b$
F	F	F	

erste mulighed

D.v.s. A er ridder, og B er knægt

Lidt mere terminologi: (Def. 1.3.1, s. 23)

Modstrid: Sammensat udsagn, som er **falsk**,
(contradiction) uanset s.v. af de udsagn, der indgår.

Eks: $p \wedge \neg p$ (jvf. ridder-eksemplerne)
 $p \Leftrightarrow \neg p$
 $p \oplus p$

Tautologi: Sammensat udsagn, som er **sandt**,
uanset sandhedsværdier af de udsagn,
som indgår.

Eks: $p \vee \neg p$
 $p \Rightarrow p$
 $p \Rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$ (og alle de andre
øvr. i afsnit 1.3)

Kontingens: Sammensat udsagn, som hverken er en tautologi
eller en modstrid.

Eks: $p \vee q$
 $p \Rightarrow q$
 $p \Rightarrow \neg p$