



DM502

Forelæsning 10

Indhold

- Rekursion
 - Fakultet $n!$
 - Fibonaccitalle
- 2. projektopgave
 - Opgaven
 - Formalia

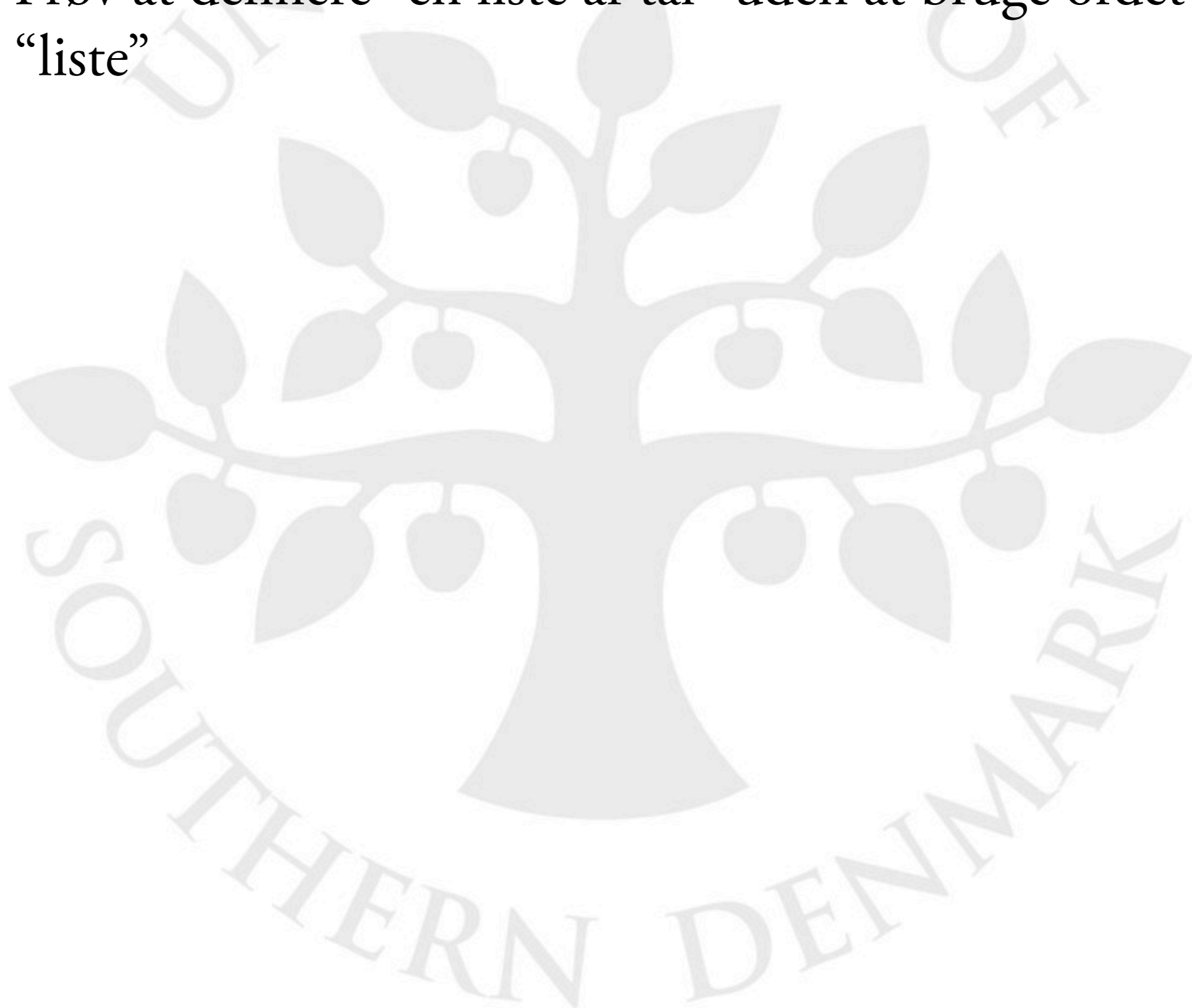


Rekursion



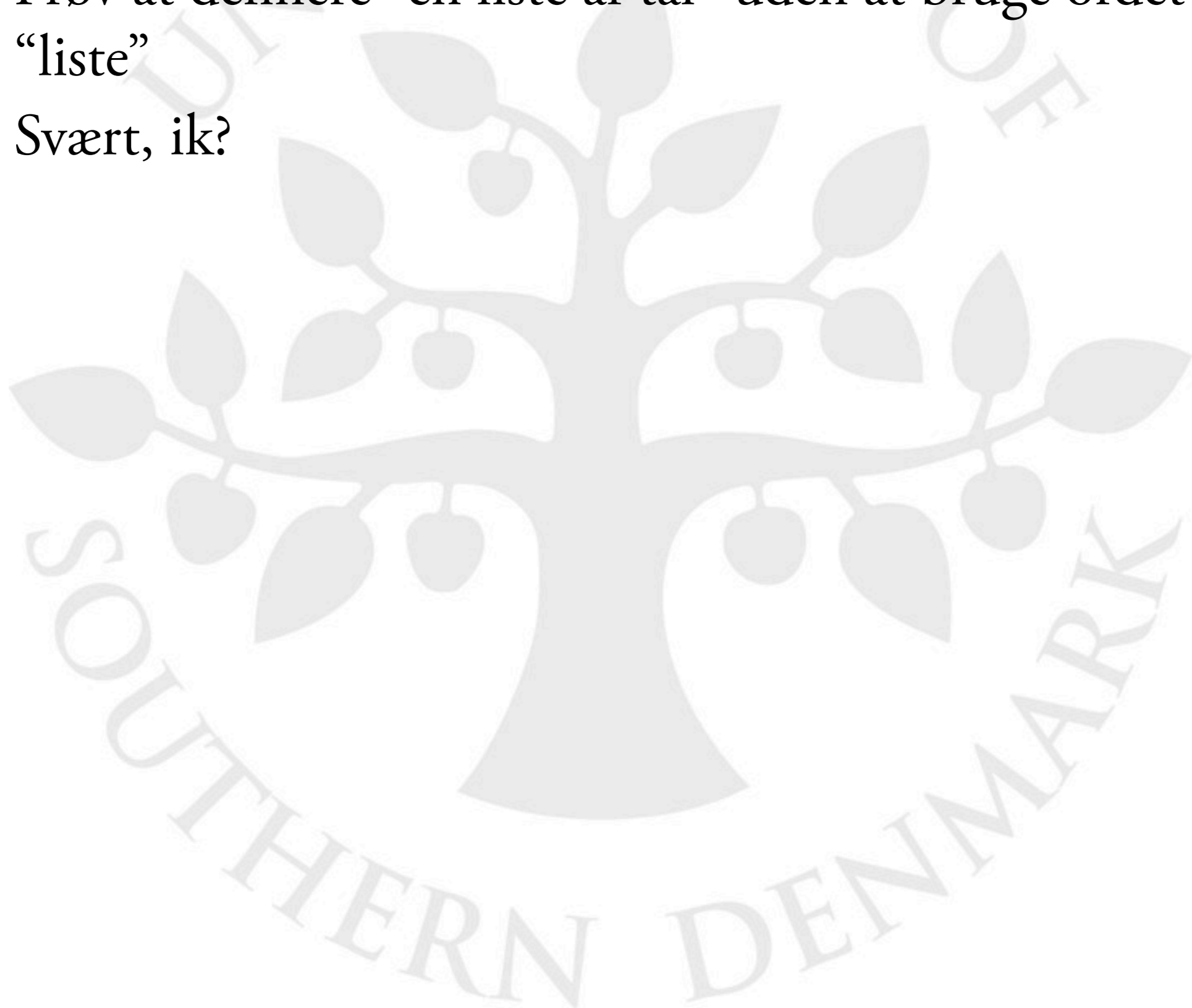
Rekursion

- Prøv at definere “en liste af tal” uden at bruge ordet “liste”



Rekursion

- Prøv at definere “en liste af tal” uden at bruge ordet “liste”
- Svært, ik?



Rekursion

- Prøv at definere “en liste af tal” uden at bruge ordet “liste”
- Svært, ik?
- “En liste af tal er en lis... øhh... sekvens af tal?”



Rekursion

- Prøv at definere “en liste af tal” uden at bruge ordet “liste”
- Svært, ik?
- “En liste af tal er en lis... øhh... sekvens af tal?”
 - “Sekvens” er bare et andet ord for “liste”



Rekursion

- Prøv at definere “en liste af tal” uden at bruge ordet “liste”
- Svært, ik?
- “En liste af tal er en lis... øhh... sekvens af tal?”
 - “Sekvens” er bare et andet ord for “liste”
- Man behøver måske ikke undgå at bruge ordet “liste”



Rekursion

- Hvad med?
 - “En liste af tal er enten
 - et tal, eller
 - et tal efterfulgt af en liste af tal”
- Lister af tal
 - 42
 - Et tal
 - 7, 9, 13
 - Et tal efterfulgt af (et tal efterfulgt af (et tal))
 - 7 9 13
 - Osv...

Rekursion

- En liste af tal kan defineres i termer af sig selv
 - “Definitionen kaldes rekursiv”
 - “En liste af tal er defineret rekursivt”
- Rekursion
 - Når noget er defineret ved brug af sig selv



Rekursion

- Vi har set funktioner der kalder andre funktioner
 - Fx `main`-metoden der kalder `power(x, y)`
 - Osv...



Power eksempel

```
public class PowerExample {
    public static void main( String[] args ) {
        int result;
        int a, b;

        a = 2;
        b = 4;
        result = power( a, b );
        System.out.println( result );

        result = power( b, 0 );
        System.out.println( result );

        System.out.println( power( 1, 2 ) );
    }

    public static int power( int x, int y ) {
        int result = 1;
        int i;

        for( i = 1; i <= y; ++i ) {
            result = result * x;
        }

        return result;
    }
}
```

Rekursion

- Rekursion i programmering
 - Når en funktion kalder sig selv
- Fakultet
 - $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$
 - $n! = n \cdot (n - 1)!$



Rekursion

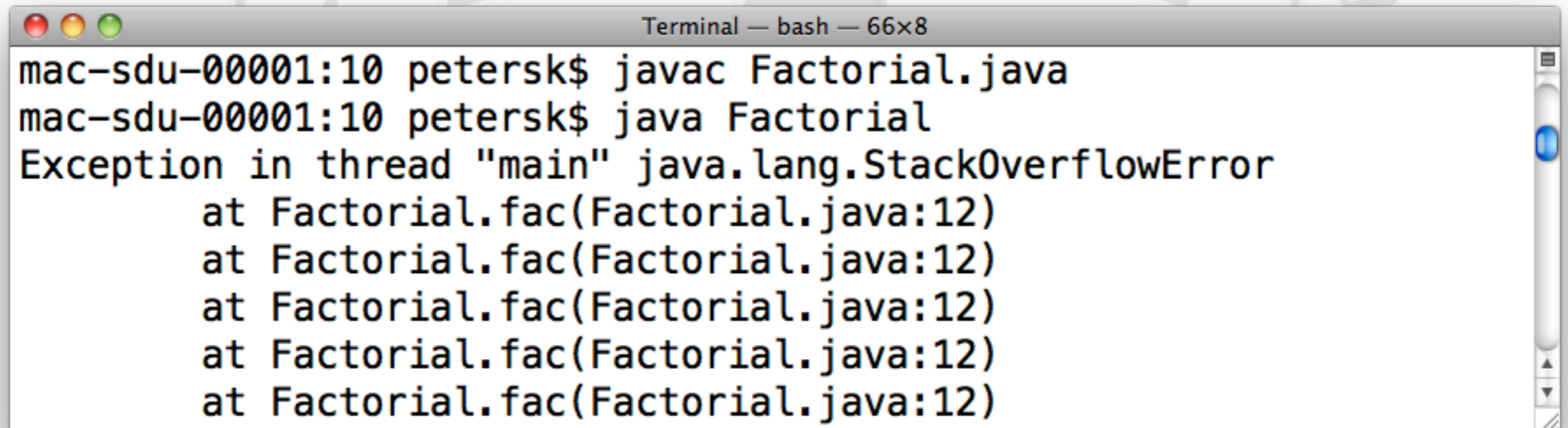
- Fakultet
 - Et første forsøg

```
public class Factorial {  
    public static void main( String[] args ) {  
        System.out.println( "5! = " + fac(5) );  
    }  
  
    public static int fac( int n ) {  
        int n1 = fac( n-1 );  
        return n * n1;  
    }  
}
```

Rekursion

- Fakultet
- Et første forsøg

```
public class Factorial {  
    public static void main( String[] args ) {  
        System.out.println( "5! = " + fac(5) );  
    }  
  
    public static int fac( int n ) {  
        int n1 = fac( n-1 );  
        return n * n1;  
    }  
}
```



Terminal — bash — 66x8

```
mac-sdu-00001:10 petersk$ javac Factorial.java  
mac-sdu-00001:10 petersk$ java Factorial  
Exception in thread "main" java.lang.StackOverflowError  
    at Factorial.fac(Factorial.java:12)  
    at Factorial.fac(Factorial.java:12)  
    at Factorial.fac(Factorial.java:12)  
    at Factorial.fac(Factorial.java:12)  
    at Factorial.fac(Factorial.java:12)
```

Rekursion



Rekursion

- Fakultet
 - Hvad er der galt!?!



Rekursion

- Fakultet
 - Hvad er der galt!?!
 - $fac(5) = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 0 \cdot -1 \cdot -2 \cdot -3 \cdot \dots$



Rekursion

- Fakultet
 - Hvad er der galt!?!
 - $fac(5) = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 0 \cdot -1 \cdot -2 \cdot -3 \cdot \dots$
 - Rekursionen stopper aldrig



Rekursion

- Fakultet
 - Hvad er der galt!?!
 - $fac(5) = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 0 \cdot -1 \cdot -2 \cdot -3 \cdot \dots$
 - Rekursionen stopper aldrig
 - Basistilfælde
 - $1! = 1$



Rekursion

- Fakultet
 - Et nyt forsøg

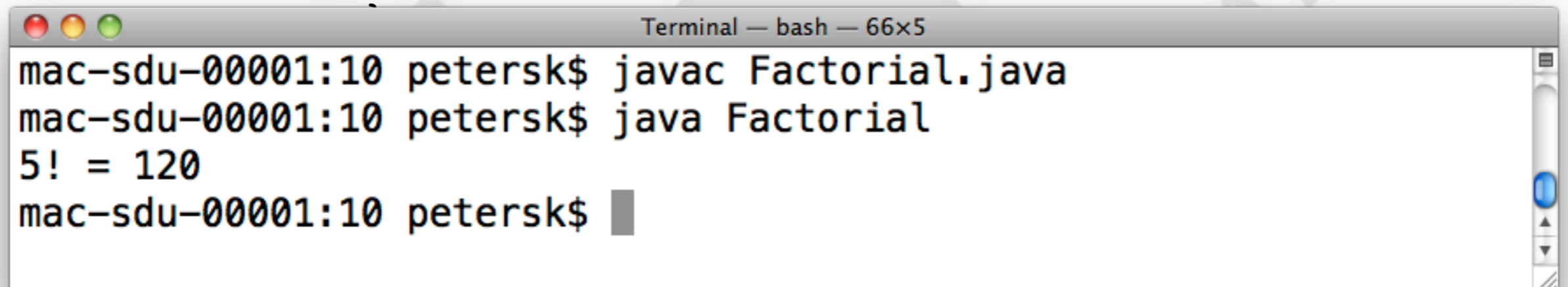
```
public class Factorial {
    public static void main( String[] args ) {
        System.out.println( "5! = " + fac(5) );
    }

    public static int fac( int n ) {
        int n1;
        if( n == 1 ) {
            return 1;
        } else {
            n1 = fac( n-1 );
            return n * n1;
        }
    }
}
```

Rekursion

- Fakultet
- Et nyt forsøg

```
public class Factorial {  
    public static void main( String[] args ) {  
        System.out.println( "5! = " + fac(5) );  
    }  
  
    public static int fac( int n ) {  
        int n1;  
        if( n == 1 ) {  
            return 1;  
        } else {  
            n1 = fac( n-1 );  
            return n * n1;  
        }  
    }  
}
```



```
Terminal — bash — 66x5  
mac-sdu-00001:10 petersk$ javac Factorial.java  
mac-sdu-00001:10 petersk$ java Factorial  
5! = 120  
mac-sdu-00001:10 petersk$
```

Rekursion

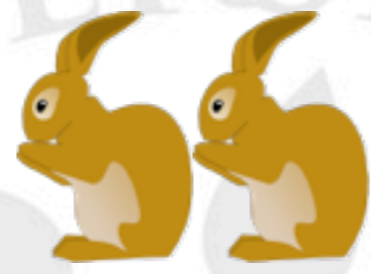
- Fakultet
 - Er det så et godt program?



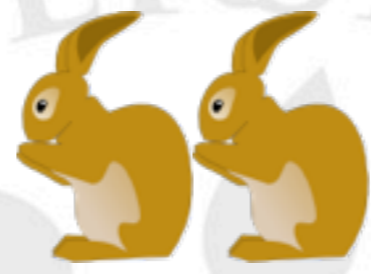
Fibonacci-tallene

- Introduceret i vesten af Leonardo af Pisa (Fibonacci) i en bog fra 1202
 - Kendt tidligere og kommer oprindeligt fra Indien
- Betragt en (urealistisk) kanin-population
- Der starter med at være et kanin-par
- Et nyt kanin-par kan ikke få unger, før de er 1 måned gammel
- Et kanin-par kan få to unger på 1 måned

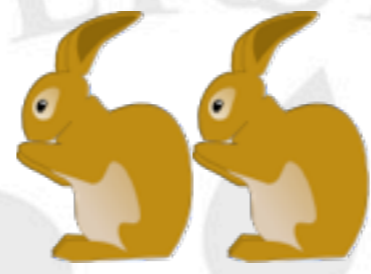
Fibonacci-tallene



Fibonacci-tallene



Fibonacci-tallene



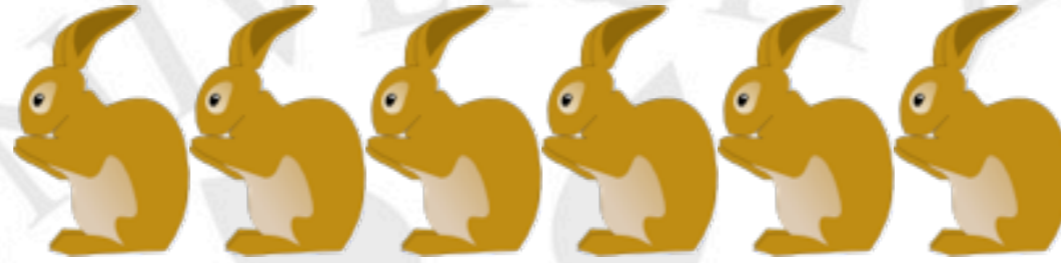
Fibonacci-tallene



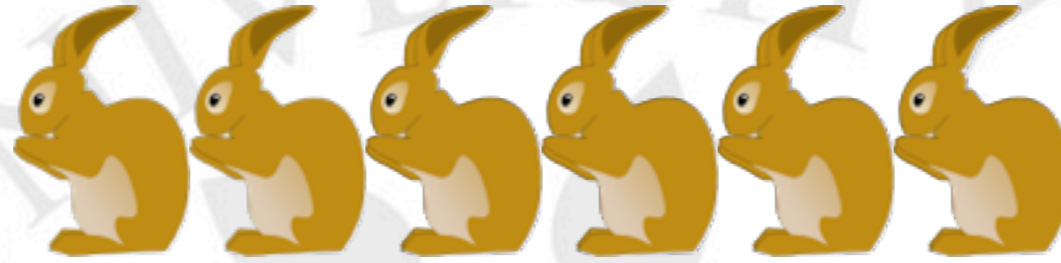
Fibonacci-tallene



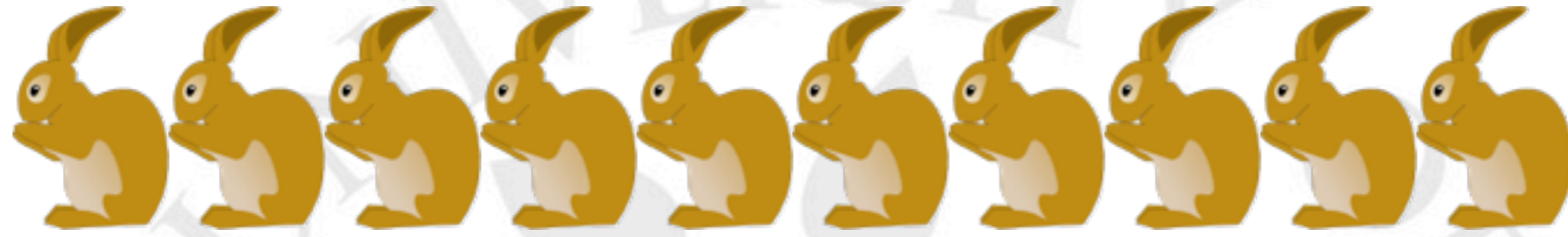
Fibonacci-tallene



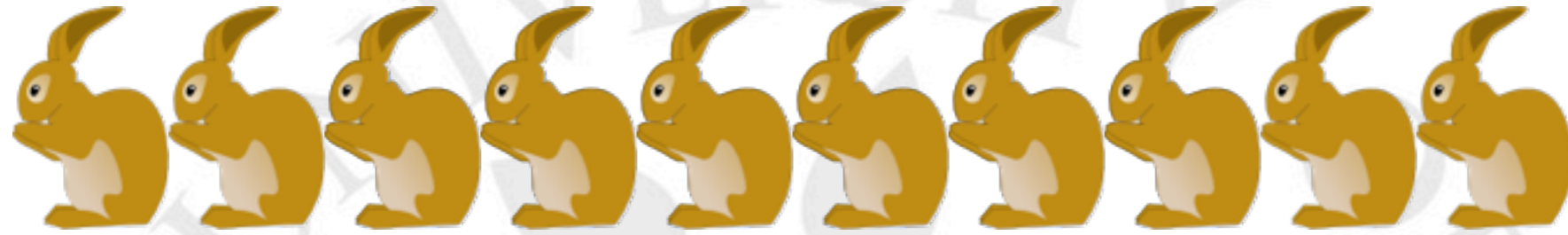
Fibonacci-tallene



Fibonacci-tallene



Fibonacci-tallene



Fibonacci-tallene



Fibonacci-tallene

- 1. måned - 1 kaninpar
- 2. måned - 1 kaninpar
- 3. måned - 2 kaninpar
- 4. måned - 3 kaninpar
- 5. måned - 5 kaninpar
- 6. måned - 8 kaninpar
- 7. måned - ?



Fibonacci-tallene



Fibonacci-tallene

- Måned n
 - $(\# \text{kaniner i måned } n-1) + (\# \text{kaniner i måned } n-2)$
 - Alle kaniner der var der i måned $n-1$ er der også i måned n
 - Alle kaniner der var der i måned $n-2$ får unger i måned n



Fibonacci-tallene

- Måned n
 - $(\# \text{kaniner i måned } n-1) + (\# \text{kaniner i måned } n-2)$
 - Alle kaniner der var der i måned $n-1$ er der også i måned n
 - Alle kaniner der var der i måned $n-2$ får unger i måned n
- Lad $f(n)$ være antallet af kaniner i måned n
 - $f(n) = f(n-1) + f(n-2)$
 - $f(n)$ - det n 'te fibonacci-tal
 - $f(1) = 1, f(2) = 1, f(3) = 2, f(4) = 3, f(5) = 5, f(6) = 8,$
osv...
 - Bemærk definitionen er rekursiv $f(n)$ afhænger af $f(n-1)$ og $f(n-2)$

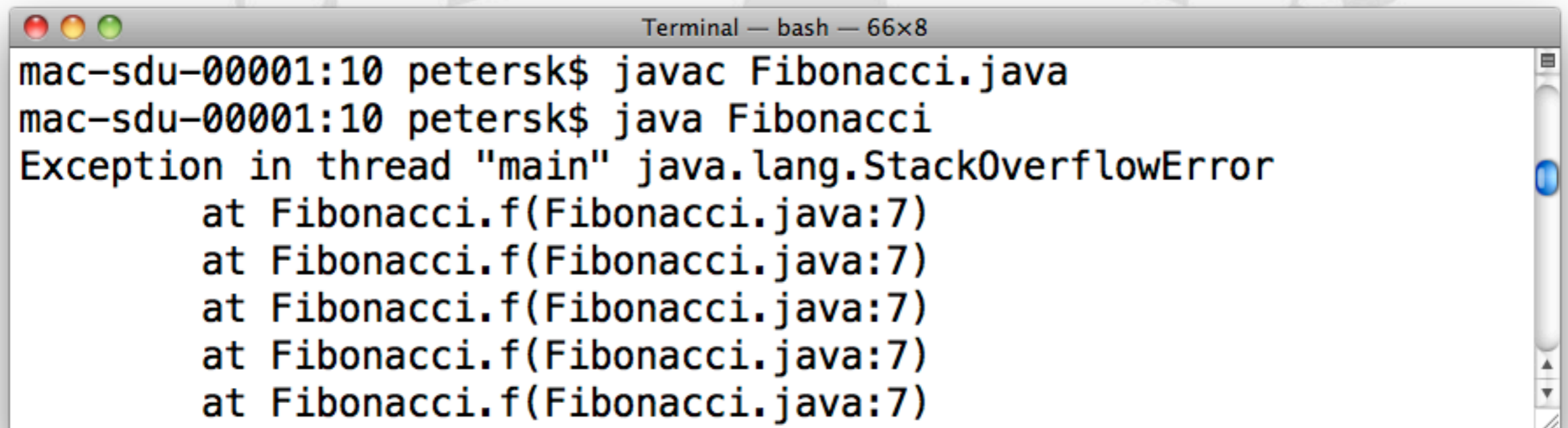
1. forsøg

```
public class Fibonacci {  
    public static void main( String[] args ) {  
        System.out.println( f(6) );  
    }  
  
    public static int f( int n ) {  
        return f(n-1) + f(n-2);  
    }  
}
```



1. forsøg

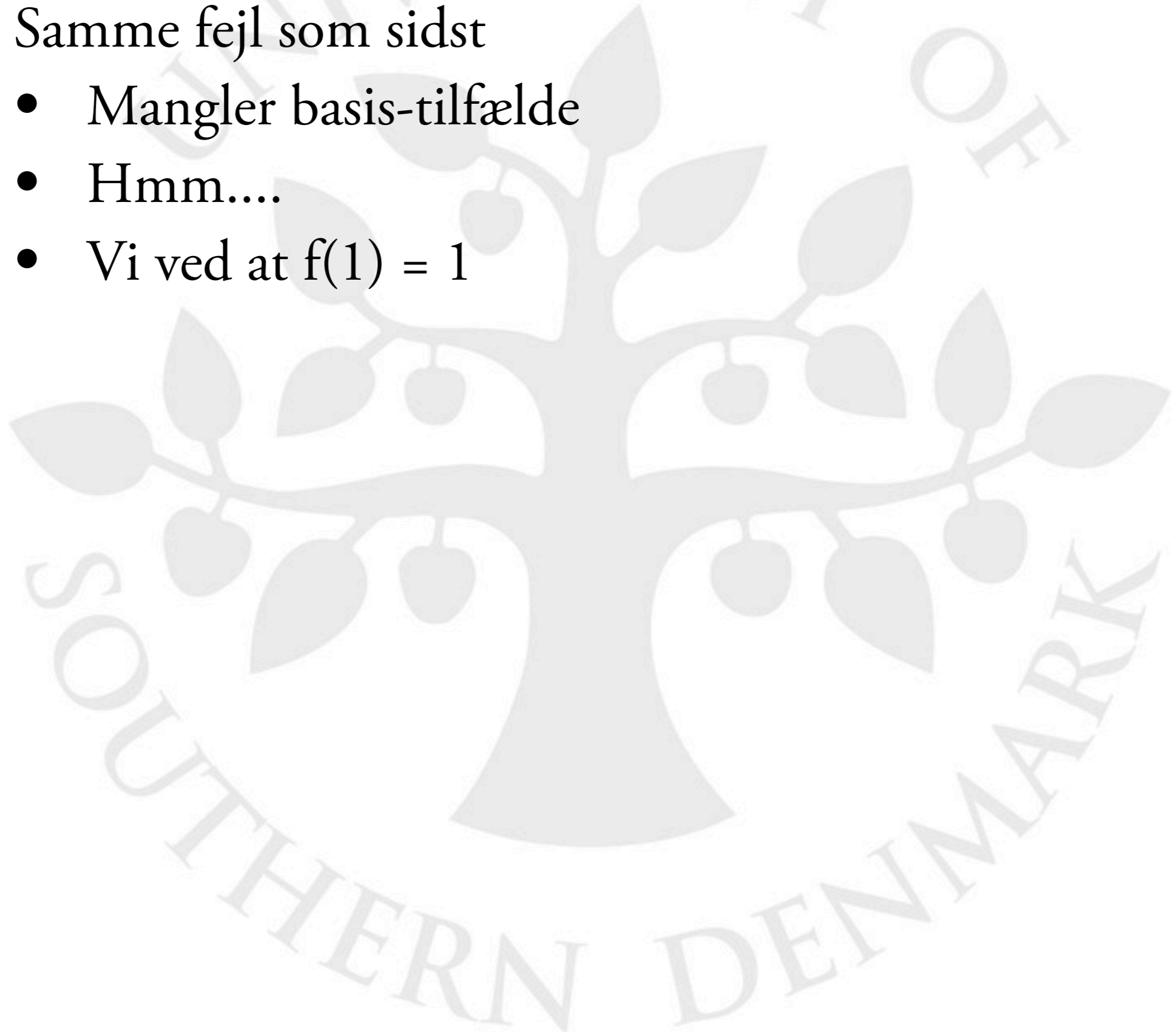
```
public class Fibonacci {  
    public static void main( String[] args ) {  
        System.out.println( f(6) );  
    }  
  
    public static int f( int n ) {  
        return f(n-1) + f(n-2);  
    }  
}
```

A terminal window titled "Terminal — bash — 66x8" showing the execution of a Java program. The user runs 'javac Fibonacci.java' and then 'java Fibonacci'. The output shows a 'StackOverflowError' in the 'main' thread, with the stack trace pointing to the recursive 'f' method in 'Fibonacci.java' at line 7, repeated five times.

```
mac-sdu-00001:10 petersk$ javac Fibonacci.java  
mac-sdu-00001:10 petersk$ java Fibonacci  
Exception in thread "main" java.lang.StackOverflowError  
    at Fibonacci.f(Fibonacci.java:7)  
    at Fibonacci.f(Fibonacci.java:7)  
    at Fibonacci.f(Fibonacci.java:7)  
    at Fibonacci.f(Fibonacci.java:7)  
    at Fibonacci.f(Fibonacci.java:7)
```

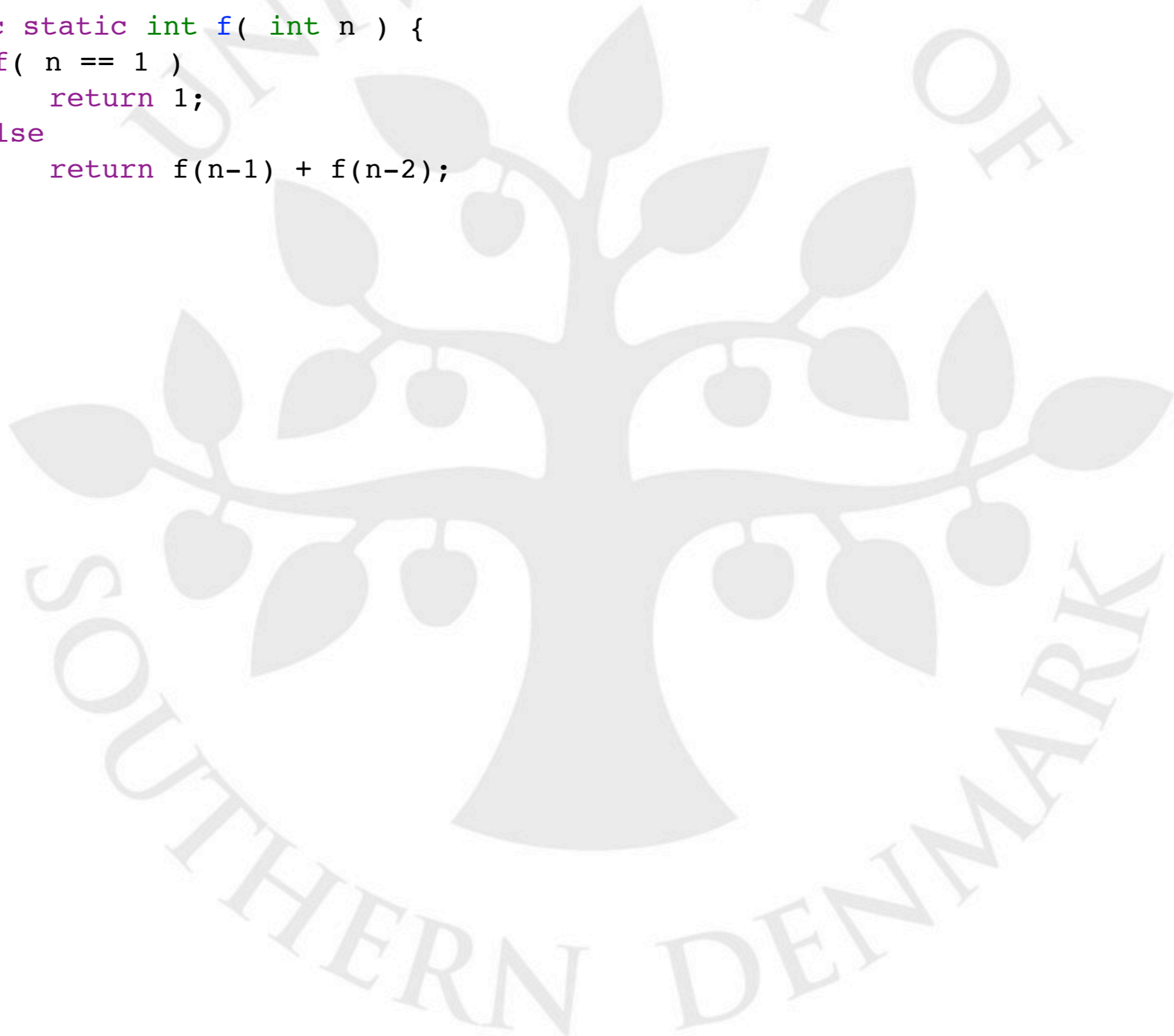

Fibonacci-tallene

- Samme fejl som sidst
 - Mangler basis-tilfælde
 - Hmm....
 - Vi ved at $f(1) = 1$



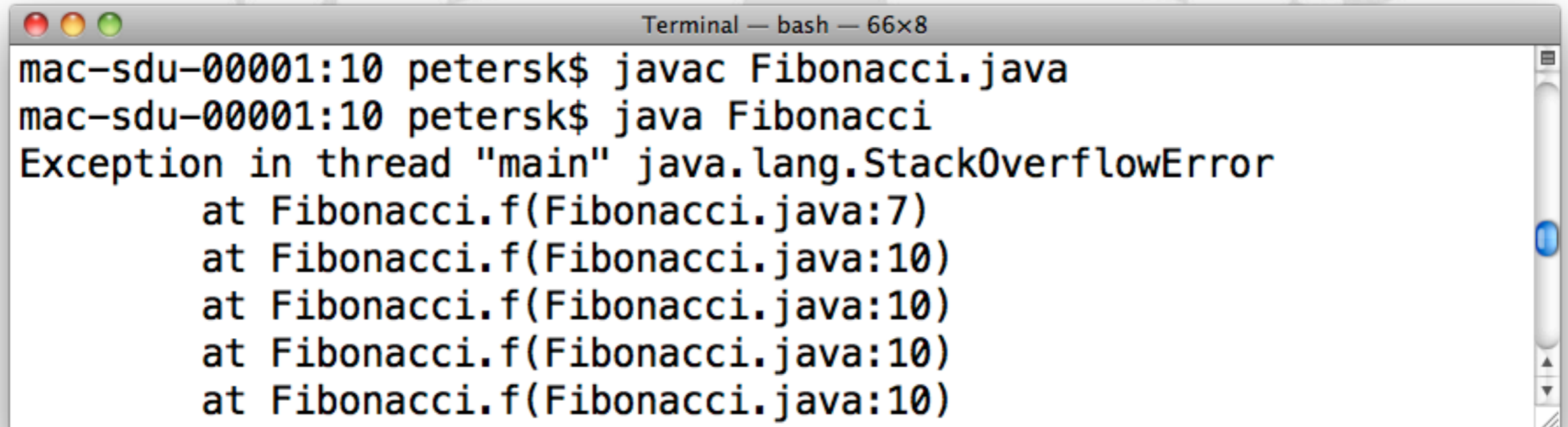
2. forsøg

```
public static int f( int n ) {  
    if( n == 1 )  
        return 1;  
    else  
        return f(n-1) + f(n-2);  
}
```



2. forsøg

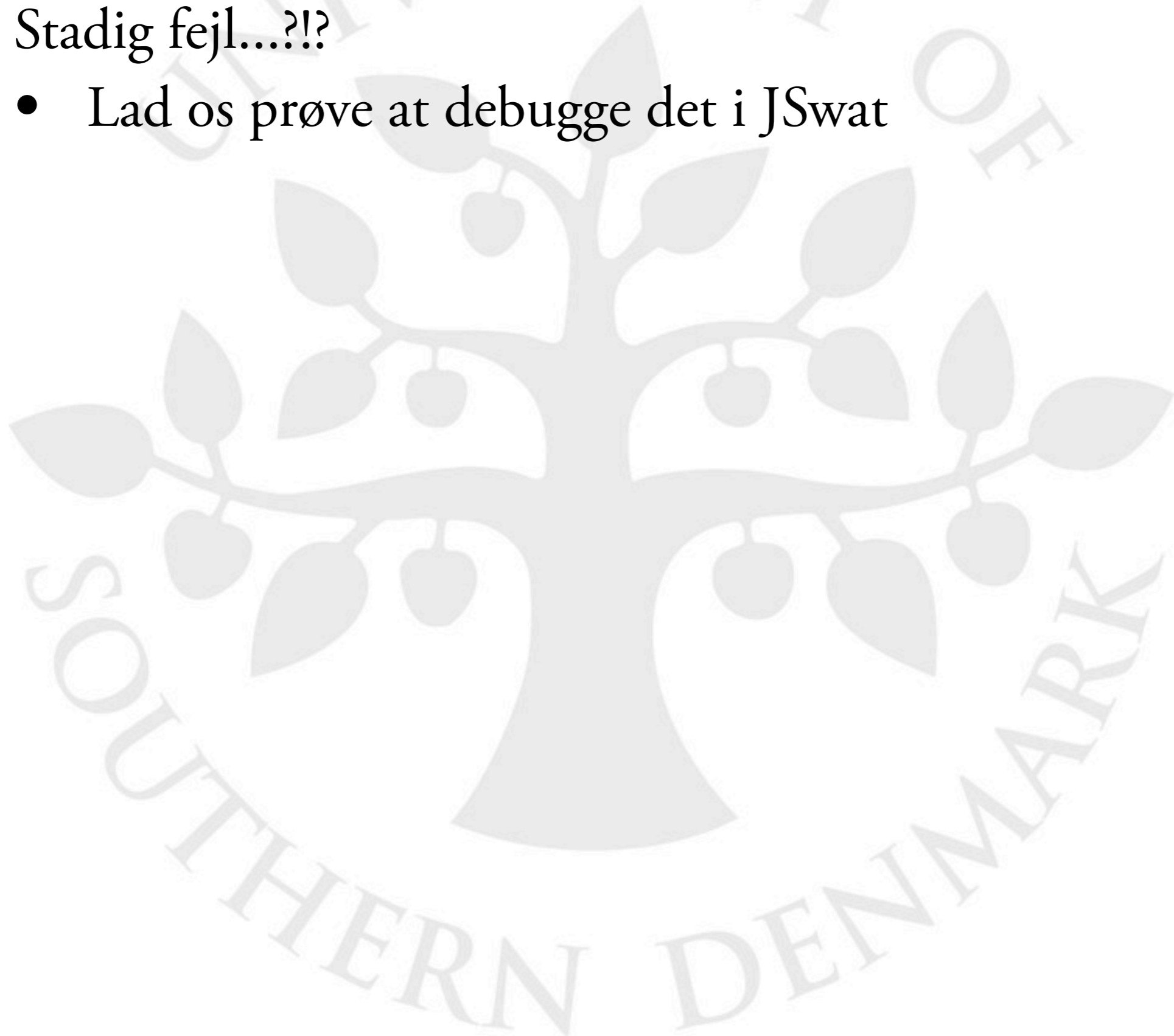
```
public static int f( int n ) {  
    if( n == 1 )  
        return 1;  
    else  
        return f(n-1) + f(n-2);  
}
```

A terminal window titled "Terminal — bash — 66x8" showing the execution of a Java program. The user runs 'javac Fibonacci.java' and then 'java Fibonacci'. The output shows a 'StackOverflowError' in the 'main' thread, with the stack trace pointing to the recursive 'f' method in 'Fibonacci.java' at lines 7 and 10. The error occurs because the recursive function does not have a base case for n > 1, leading to infinite recursion.

```
mac-sdu-00001:10 petersk$ javac Fibonacci.java  
mac-sdu-00001:10 petersk$ java Fibonacci  
Exception in thread "main" java.lang.StackOverflowError  
    at Fibonacci.f(Fibonacci.java:7)  
    at Fibonacci.f(Fibonacci.java:10)  
    at Fibonacci.f(Fibonacci.java:10)  
    at Fibonacci.f(Fibonacci.java:10)  
    at Fibonacci.f(Fibonacci.java:10)
```

Fibonacci-tallene

- Stadig fejl...?!?
- Lad os prøve at debugge det i JSwat

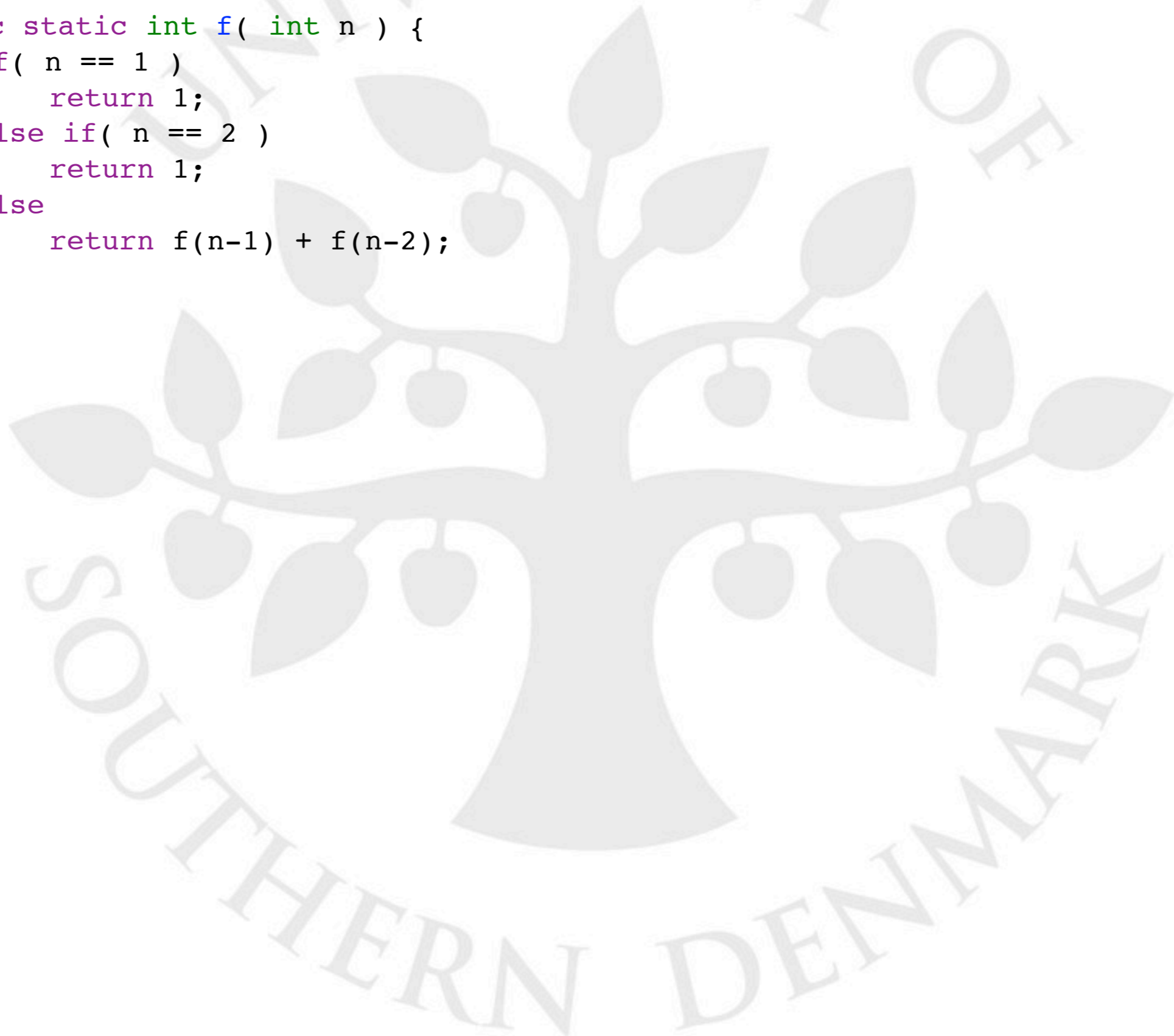


Fibonacci-tallene

- Stadig fejl...?!?
 - Lad os prøve at debugge det med `System.out.println`
 - Hmm...
 - $f(2)$ burde give 1
 - Men programmet giver
 - $f(2) = f(1) + f(0)$
 $= 1 + f(0)$
 - Ups...

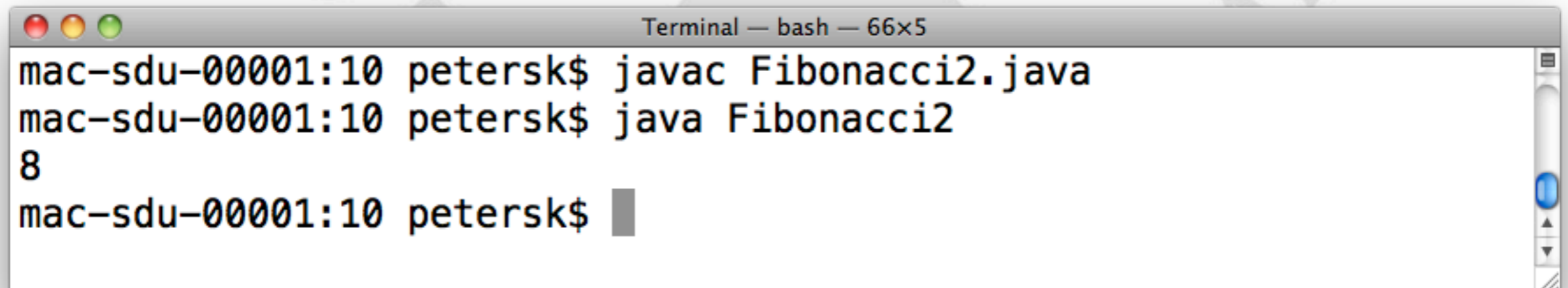
3. forsøg

```
public static int f( int n ) {  
    if( n == 1 )  
        return 1;  
    else if( n == 2 )  
        return 1;  
    else  
        return f(n-1) + f(n-2);  
}
```



3. forsøg

```
public static int f( int n ) {  
    if( n == 1 )  
        return 1;  
    else if( n == 2 )  
        return 1;  
    else  
        return f(n-1) + f(n-2);  
}
```



```
Terminal — bash — 66x5  
mac-sdu-00001:10 petersk$ javac Fibonacci2.java  
mac-sdu-00001:10 petersk$ java Fibonacci2  
8  
mac-sdu-00001:10 petersk$
```

Fibonacci-tallene

- Fibonacci-tallene kan ses mange steder i naturen

- Solsikker



- Grankogler

- OSV...

- Tæt forbundet med det gyldne snit

- $f(n+1) / f(n) \rightarrow \text{det gyldne snit}$ for $n \rightarrow \text{uendelig}$



Rekursion

- Recursion: If you still don't get it, See: "Recursion".





2. delprojektopgave



Overblik



Overblik

- Finde nøglen til en tekst, der er krypteret med Caesar
 - Indlæs en krypteret tekst fra en fil
 - Indlæs hyppighedsfordelingen fra en fil
 - Brug en HashMap til at repræsentere hyppighedsfordelinger
 - Find hyppighedsfordelingen for den inputteksten
 - Sammenlign de to fordelinger
 - Bestem nøglen

Overblik

- Finde nøglen til en tekst, der er krypteret med Caesar
 - Indlæs en krypteret tekst fra en fil
 - Indlæs hyppighedsfordelingen fra en fil
 - Brug en HashMap til at repræsentere hyppighedsfordelinger
 - Find hyppighedsfordelingen for den inputteksten
 - Sammenlign de to fordelinger
 - Bestem nøglen
 - Udskriv den dekrypterede tekst til skærmen (og fil)

Overblik

- Finde nøglen til en tekst, der er krypteret med Caesar
 - Indlæs en krypteret tekst fra en fil
 - Indlæs hyppighedsfordelingen fra en fil
 - Brug en HashMap til at repræsentere hyppighedsfordelinger
 - Find hyppighedsfordelingen for den inputteksten
 - Sammenlign de to fordelinger
 - Bestem nøglen
 - Udskriv den dekrypterede tekst til skærmen (og fil)



Overblik

- Finde nøglen til en tekst, der er krypteret med Caesar
 - Indlæs en krypteret tekst fra en fil
 - Indlæs hyppighedsfordelingen fra en fil
 - Brug en HashMap til at repræsentere hyppighedsfordelinger
 - Find hyppighedsfordelingen for den inputteksten
 - Sammenlign de to fordelinger
 - Bestem nøglen
 - Udskriv den dekrypterede tekst til skærmen (og fil)
- Skal arbejde korrekt med inputteksterne, der er tilgængelig fra hjemmesiden

engelsk2.crypt

Puzaybjavyz jhu zluk lthps av hss vy zlsljalk pukpcpkbhs
Bzlyz, Zabkluz, Nyvbwz, Alhjopun Hzzpzahuz,
Puzaybjavyz vy Vizlyclyz pu h Jvbyzl. Myvt h Ishjrivhyk
Slhyu jvbyzl, lthpsz jhuuva il zlua av hufvul dov pz uva
h tltily vm aol jvbyzl.



engelsk.dat

a	8.167
b	1.492
c	2.782
d	4.253
e	12.702
f	2.228
g	2.015
h	6.094
i	6.966
j	0.153
k	0.772
l	4.025
m	2.406
n	6.749
o	7.507
p	1.929
...	

engelsk2.crypt

Puzaybjavyz jhu zluk lthps av hss vy zlsljalk pukpcpkbhs
Bzlyz, Zabkluz, Nyvbwz, Alhjopun Hzzpzahuz,
Puzaybjavyz vy Vizlyclyz pu h Jvbyzl. Myvt h Ishjrivhyk
Slhyu jvbyzl, lthpsz jhuuva il zlua av hufvul dov pz uva
h tltily vm aol jvbyzl.

Instructors can send email to all or selected individual
Users, Students, Groups, Teaching Assistants,
Instructors or Observers in a Course. From a Blackboard
Learn course, emails cannot be sent to anyone who is not
a member of the course.



Formalia

- Regler - de samme som sidst
- Afleveringsfrist
 - Mandag d. 1. november kl. 12:00
 - Dvs. ca. 4 uger
 - Dvs. meget god tid
- Filerne engelsk.dat, engelsk1.crypt, engelsk2.crypt og engelsk3.crypt er tilgængelig på hjemmesiden
- Følg med på hjemmesiden!



God fornøjelse!