

DM507 – Opgaver uge 13

Opgaverne med rekursionsligninger i denne uge skal (medmindre andet angives) løses både ved hjælp af rekursionstræsmetoden (afsnit 4.4) og ved hjælp af Master Theorem (afsnit 4.5)—det sidste når det er muligt.

En tredje metode er substitutionsmetoden (afsnit 4.3), som principielt er ganske enkel (det er blot et induktionsbevis) og som er meget generel. Den kræver dog et godt gæt på en løsning, og kan også være lidt teknisk at bruge. Den vil derfor ikke være pensum.

Omhyggeligt udført fungerer rekursionstræmetoden aldeles fint som bevis (og ikke kun som generator af gæt til substitutionsmetoden, hvilket ellers synes at være bogens synspunkt i afsnit 4.4—i modstrid med at beviset i afsnit 4.6 (ikke pensum) for Master Theorem netop er en anvendelse af rekursionstræmetoden på en generisk rekursionsligning).

Angående løsning af rekursionsligninger, vær sikker på at have læst side 67 om tekniske detaljer der generelt kan udelades når man arbejder med rekursionsligninger (for den enkelte rekursionsligning er det i øvrigt som regel nemt under brugen af rekursionstræsmetoden at se at de kan udelades, jvf. f.eks. øvelse 4.4-3 nedenfor).

Eksaminatorier I

1. Eksamen juni 2008, opgave 5.
2. Cormen et al. øvelse 4.4-1 (side 92). Udelad at bruge substitutionsmetoden, som ellers angivet til sidst, men løs i stedet også rekursionsligningen via Master Theorem som check.
3. Cormen et al. øvelse 4.4-2 (side 92). Udelad at bruge substitutionsmetoden, som ellers angivet til sidst, men løs i stedet også rekursionsligningen via Master Theorem som check.

4. Cormen et al. øvelse 4.4-7 (side 93). Udelad at bruge substitutionsmetoden, som ellers angivet til sidst, men løs i stedet også rekursionsligningen via Master Theorem som check.
5. Cormen et al. øvelse 4.4-3 (side 93). Udelad at bruge substitutionsmetoden, som ellers angivet til sidst. Kan man løse rekursionsligningen via Master Theorem?
6. Cormen et al. øvelse 4.4-4 (side 93). Udelad at bruge substitutionsmetoden, som ellers angivet til sidst. Kan man løse rekursionsligningen via Master Theorem?
7. Cormen et al. øvelse 4.4-6 (side 93). Bemærk at der for samme rekursionsligning bliver givet en $O(n \log n)$ øvre grænse på side 91–92. Vi skal her argumentere for at $n \log n$ også er en nedre grænse. Kan man løse rekursionsligningen via Master Theorem?

Eksaminatorier II

1. Cormen et al. øvelse 2.3-4 (side 39). Løs rekursionsligning via rekursionstræsmetoden. Kan man løse rekursionsligningen via Master Theorem?
2. Cormen et al. øvelse 4.5-1 (side 96). (Opgaven skal kun løses med Master Theorem.)
3. Eksamen juni 2010, opgave 1a. (Opgaven behøves kun løst med Master Theorem.)
4. Eksamen januar 2006, opgave 1c. (Opgaven behøves kun løst med Master Theorem.)
5. Cormen et al. øvelse 4.5-4 (side 97).
6. Cormen et al. øvelse 4.5-2 (side 97).
7. Eksamen juni 2009, opgave 1, spørgsmål b.
8. Cormen et al. øvelse 13.4-3 (side 330).
9. [Let udfordrende] Cormen et al. øvelse 14.2-4 (side 348) Opgaven kan løses uden at læse kapitel 14. Operationen kaldes langt oftere for RANGESEARCH frem for ENUMERATE). Hint: lade dig inspirere af

INORDER-TREE-WALK (side 288). Dette giver ret nemt algoritmen, og det udfordrende i opgaven er så at finde et argument for køretiden.

Studiegrupper

Forslag til fokus for arbejde i studiegrupper: Diskuter hvornår Master Theorem kan bruges og ikke kan bruges, og giv egne eksempler på rekursion-sligninger, hvor den ikke kan bruges. Forbered opgaverne til eksaminatorietimer, f.eks. på nedenstående måde.

- Forsøg at lave alle opgaverne på forhånd.
- Sammenlign svar i studiegruppen. Skiftes til at fremlægge jeres løsning. For de opgaver, hvor alle var gået i stå, forsøg at løse dem igen i fælleskab.