

DM507 – Opgaver uge 22

Eksaminatorier I

1. Cormen et al. øvelse 24.1-1 (side 654). Blot den første halvdel af opgaven.
2. Eksamen juni 2010, opgave 2, spørgsmål c.
3. Eksamen juni 2012, opgave 4.
4. Eksamen januar 2008, opgave 2, spørgsmål c. Hint: du skal bruge Dijkstras algoritme. Der spørges om $v.\pi$ -værdierne. Giv også $v.d$ -værdierne.
5. Cormen et al. øvelse 24.1-5 (side 655). Det antages at grafen ikke har negative cykler (men den må gerne have negative kanter (uden negative kanter er opgaven meget nem)). Hint: tænk på at tilføje en virtuel startknode s , som har kanter med vægt 0 til alle knuder i V .
6. Cormen et al. øvelse 24.3-6 (side 663). Hint: husk at $\log(r_1 \cdot r_2) = \log(r_1) + \log(r_2)$, at $\log(r) \leq 0$ når $0 < r \leq 1$, at derfor $-\log(r) \geq 0$ når $0 < r \leq 1$, og at maksimering af en værdi bliver til minimering hvis man vender fortegnet.

Opgaven nedenfor er repetition af tidligere stof.

7. Eksamen juni 2011, opgave 5.

Eksaminatorier II

Der refereres i nogle af opgaverne nedenfor til algoritmen DAG-SHORTEST-PATHS (Cormen et al. side 655). Denne er (for nogle af øvelsesholdene) endnu ikke gennemgået til forelæsninger, men den er meget simpel. Læs den selv (blot selve algoritmen, beviset behøves ikke for at løse opgaverne).

1. Cormen et al. øvelse 24.2-1 (side 657).
2. Eksamen juni 2011, opgave 4.
3. Eksamen januar 2006, opgave 3. Hint til spørgsmål c: tænk på Kruskals algoritme - hvad kan man få ud af at køre den med kanterne i følgende rækkefølge: først $\{e_1, \dots, e_k\}$, dernæst resten af kanterne sorteret efter stigende vægt som sædvanligt? For at argumentere for korrekthed af din algoritme, kig på beviset for Kruskals algoritme.
4. Vis at hvis alle kantvægte er tal mellem 0 og W , da gælder følgende invariant for Dijkstras algoritme:

Hvis u er knuden lige taget ud af prioritetskøen Q via EXTRACT-MIN, da gælder om alle knuder $v \in Q$ med $v.d < \infty$ at $u.d \leq v.d \leq u.d + W$.

Hint: brug induktion på antal EXTRACT-MIN.

5. Cormen et al. øvelse 24.3-9 (side 664). Hint: brug opgave 4 ovenfor, samt implementer prioritetskøen i Dijkstra ved hjælp af et balanceret binært søgetræ med lister af ens nøgler i knuderne (jvf. løsningen til eksamen januar 2005, opgave 5 fra opgavesedlen for uge 21).
6. Cormen et al. øvelse 24.3-8 (side 664). Hint: vis først (ved induktion på antal EXTRACT-MIN) at det af opgave 4 ovenfor følger at efter den k 'te EXTRACT-MIN i Dijkstras algoritme gælder $v.d \leq kW$ for alle knuder $v \in Q$ med $u.d < \infty$. Heraf følger at i Q findes aldrig nogen værdi $v.d$ som er større end $(n-1)W$ (bortset fra værdien ∞), da Q er tom efter den n 'te og sidste EXTRACT-MIN. Implementer dernæst prioritetskøen i Dijkstra ved hjælp af et simpelt array (ikke en heap) af længde $(n-1)W$, hvor indgang i indeholder en liste af knuder med værdi i i prioritetskøen. Observer dernæst at det af opgave 4 ovenfor følger, at værdien $u.d$ for knuden u returneret via een EXTRACT-MIN må være mindre end eller lig den tilsvarende værdi for den næste

EXTRACT-MIN. [Dette gælder forøvrigt altid i Dijkstra, også uden at have en grænse W på kantvægtene, med samme/simplere bevis (tænk på W som ∞) som i opgave 4.] Heraf ses at EXTRACT-MIN kan udføres så den samlede tid for alle EXTRACT-MINS er $O(nW)$.

Opgaven nedenfor er repetition af tidligere stof.

7. Eksamen juni 2012, opgave 6.

Studiegrupper

Forslag til fokus for arbejde i studiegrupper: Lav eksamensopgaverne individuelt inden øvelsestimerne - skriv dem pænt ned, som var man til eksamen. Efter øvelsestimerne, ret hinandens besvarelser (ud fra hvad I har set til øvelsestimerne), og giv point (se de mulige maksimumpoint for hvert spørgsmål i eksamensopgaveteksten). Når I retter, vil I få god erfaring med, hvad en eksaminator har lyst til at give point for til en eksamen.