

# Binære søgetræer med ekstra information i knuderne

# Tilføj ekstra information i knuderne

Konkret eksempel på ekstra information i knuder:

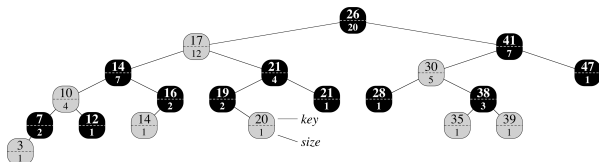
Alle knuder gemmer størrelsen af deres undertræ (dvs. antallet af knuder i deres undertræ).

# Tilføj ekstra information i knuderne

Konkret eksempel på ekstra information i knuder:

Alle knuder gemmer størrelsen af deres undertræ (dvs. antallet af knuder i deres undertræ).

Et binært søgetræ (rød-sort) med denne information tilføjet:



## Vedligehold den ekstra information i knuderne

Antag følgende egenskab gælder for den ekstra information:

Hvis en knudes to børns værdier  $k_1$  og  $k_2$  allerede er korrekte, kan knudes egen værdi  $k$  beregnes i  $O(1)$  tid.

I eksemplet ovenfor:  $k$  kan findes som  $1 + k_1 + k_2$ .

## Vedligehold den ekstra information i knuderne

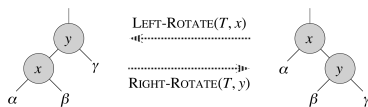
Antag følgende egenskab gælder for den ekstra information:

Hvis en knudes to børns værdier  $k_1$  og  $k_2$  allerede er korrekte, kan knudes egen værdi  $k$  beregnes i  $O(1)$  tid.

I eksemplet ovenfor:  $k$  kan findes som  $1 + k_1 + k_2$ .

Af antagelsen følger at værdierne kan vedligeholdes under updates uden ændring af  $O(\log n)$  køretid:

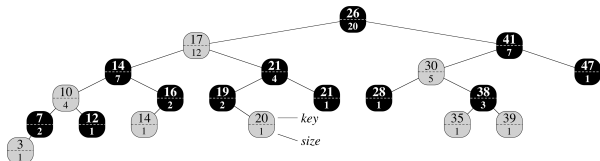
- ▶ Indsættelse af ny knude: opdatér nedefra og op langs sti fra ny knude til roden (ingen andre knuder skal have værdi ændret).
- ▶ Sletning af knude: samme.
- ▶ Rotationerne under den efterfølgende rebalancering: genberegner for de to knuder involveret i rotationen.



# Ny funktionalitet

Målet med ekstra information i knuderne er at tilføje ekstra funktionalitet. F.eks. kan man i eksemplet ovenfor (med størrelse af undertræer gemt i knuder) udføre flg. operationer i  $O(\log n)$  tid:

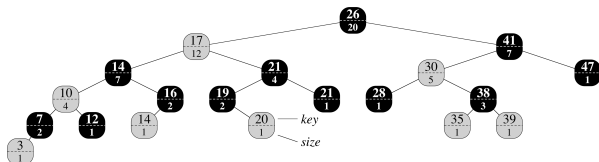
- ▶ Find rang (dvs. nummer i sorteret orden blandt de i træet gemte) for en given nøgle.
- ▶ Find nøgle som har en given rang.



# Ny funktionalitet

Målet med ekstra information i knuderne er at tilføje ekstra funktionalitet. F.eks. kan man i eksemplet ovenfor (med størrelse af undertræer gemt i knuder) udføre flg. operationer i  $O(\log n)$  tid:

- ▶ Find rang (dvs. nummer i sorteret orden blandt de i træet gemte) for en given nøgle.
- ▶ Find nøgle som har en given rang.



Anden information tilføjet i knuder kan give anden mulig funktionalitet.

Eksempler på anden information som kan vedligeholdes på samme måde: max nøgle i undertræet, min nøgle i undertræet, sum af (data-værdier i) elementer i undertræets knuder.