

DM507 – Opgaver uge 5

I denne uge er timerne med opgaveregning (også kaldet TE-timer, eksaminatorier eller øvelsestimer) undtagelsesvis uden forberedelse, dvs. du arbejder med opgaverne i klassen. Resten af året vil TE-timerne være *med* forberedelse, dvs. der gennemgås opgaver du har løst (eller forsøgt løst) *før* timerne.

Det er vigtigt for dit udbytte af kurset at du resten af året reelt forsøger at løse opgaverne før TE-timerne – alene og/eller sammen med andre (f.eks. i studiegrupper). Afsæt et antal minutter til at tænke over hver opgave. Forhåbentligt når du så langt, at du får skrevet en løsningen ned til hovedparten af dem. Lidt svære opgaver vil være mærket med (*), og mere svære opgaver vil være mærket med (**)

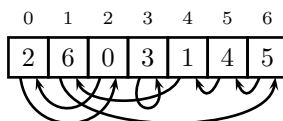
I denne uge skal du medbringe laptop med Java installeret til TE-timerne. Du skal også have læst Gerth Brodals note *Puslespil ved Ombytninger*.

Eksaminatorier

1. Cormen et al. problem 1.1 (side 14). Erstat dog “microseconds” med “nanoseconds” (dvs. 10^{-9} sekunder), da dette ca. er hvad en CPU-cykel tager på en moderne processor. Der er nok at udfylde søjlerne *second, day, century*. For nogle af indgangene kan man finde svaret ved matematisk udregning, for andre må man prøve sig frem ved at indsætte forskellige værdier af n .
2. Brodals noter om puslespil, opgave 1.
3. Brodals noter om puslespil, opgave 2. Her betyder “optimal følge af ombytninger” et antal ombytninger som angivet af sætning 1 i noterne. Opgaven viser at andre algoritmer end “grådige algoritmer” (algoritmer som altid bringer mindst eet element på plads) kan være optimale for dette puslespilsproblem.

4. Lav et Java-program som genererer en tilfældig permutation af heltallene fra 0 til $n - 1$ (for et n som er en input parameter). F.eks. kan man i Java bruge typen `ArrayList`, samt metoden `shuffle` fra `Collections` utility klassen. Udskriv tallene i din permutation.
5. (*) Hvis et array indeholder en permutation af tallene 0 til $n - 1$ kan man definere cykler (kredse) på samme måde som for puslespillet fra første forelæsning: et tal x , som står på plads y i arrayet, giver en pil fra plads y til plads x (dvs. hvis tallet 1 står på plads 4 i arrayet, er der en pil fra plads 4 til plads 1), og en samling pile, der hænger sammen i en cyklisk kæde, kaldes en cykel eller en kreds.

Her er et eksempel, hvor der i alt er 3 cykler i permutationen:



Lav en algoritme som tæller antal cykler i en permutation. Hvad er køretiden for din algoritme som funktion af n ?

Implementer din algoritme i Java. Kør dit program mange gange på en tilfældig permutation (se opgaven ovenfor) og gem output fra alle kørsler.

Brug data fra disse eksperimenter til at give et bud på sandsynligheden for at der i en tilfældig permutation med $n = 12$ er k cykler, for $k = 1, 2, \dots, 12$. Dvs. lav din egen version af figur 3 i noterne, men med n lig 12 og ikke 64.

Find også det gennemsnitlige antal cykler i dine eksperimenter. Passer dit tal med formlen på side 4 i noterne, dvs. er det tæt på $H_{12} = \sum_{i=1}^{12} 1/i = 1/1 + 1/2 + 1/3 + \dots + 1/12$?