# Introduktion til DM507

Rolf Fagerberg

Forår 2017

# Hvem er vi?

Underviser:

- Rolf Fagerberg, IMADA
  Forskningsområde: algoritmer og datastrukturer

Deltagere:

- BA i Datalogi
- BA i Software Engineering
- BA i Matematik-Økonomi
- BA i Anvendt Matematik
- BA sidefag i Datalogi

Stor diversitet: forskellige semestre (2./4./6.) i uddannelsen, forskellige mængder af programmering og af matematiske fag på uddannelsen.

# Kursets format

## Forudsætninger:

Programmering i Java, lidt matematik

## Format:

Forelæsninger (I-timer). Ofte 3 x 30 min.
Opgaveregning (TE-timer). Med instruktor.
Arbejde selv og i studiegrupper

## Eksamenform:

Skriftlig eksamen (juni):

Multiple-choice (med bøger, noter, computer). Karakter efter 7-skala. Mål: check af kendskab til stoffet.

Projekt undervejs:

I flere dele. Karakter B/IB. Skal bestås for at gå til skriftlig eksamen. Mål: træne overførsel af stoffet til praksis (programmering).

# Materialer

Lærebog:

Cormen, Leiserson, Rivest, Stein:
*Introduction to Algorithms*, 3rd edition, 2009.

Andet læremateriale på kursets webside:

Slides fra forelæsninger
Links til videoer
Opgaver til øvelsestimer
Tidligere eksamenssæt
Projektet

Stoffet findes i fuld detalje i *tre* udgaver: lærebog, slides, video. Brug de dele, som virker bedst for dig (gerne flere dele).

# Forventet arbejdsindsats

- Skim stof før forelæsning: 0,5 timer $\Leftarrow$ mindst vigtig
- Forelæsning: 2 timer
- Læs stof efter forelæsning: 1,5 timer
- Opgaveregning (forberedelse): 3 timer $\Leftarrow$ mest vigtig
- Opgaveregning (klasse): 2 timer

- Projektet: 15+15+25 timer
- Eksamenslæsning: 40 timer
- Spørgetime og eksamen: 6 timer

I alt: $21 \cdot 9 + 55 + 40 + 6 = 290$ timer

10 ECTS = 1/6 årsværk = 1650/6 timer = 275 timer

# Kursets formål og plads i det store billede

Generelt mål i IT: Få computer til at udføre en opgave.

Relaterede spørgsmål:

- Hvordan skrives programmer?
  Programmering, programmeringssprog, software engineering.
- Hvordan skal programmet løse opgaven? $\Leftarrow$ DM507
  Algoritmer og datastrukturer, lineær programmering, databasesystemer.
- (Hvor godt) er det overhovedet muligt at løse opgaven?
  Nedre grænser, kompleksitet, beregnelighed.
- Hvordan fungerer maskinen der udfører opgaven?
  Baggrundsviden om computerarkitektur og operativsystemer.

# Fokus: *Hvordan* skal programmet løse opgaven?

Algoritme = løsningsmetode.

Tilpas præcist skrevet ned: præcis tekst, pseudo-kode, flow-diagrammer, formler,...

Datastruktur = data + effektive operationer herpå.

Forskellige datastrukturer gemmer forskellige typer data og/eller tilbyder forskellige operationer. Har stor anvendelse som delelement i algoritmer.

Relevante opgaver for ethvert beregningsproblem:

1. Find (mindst) én algoritme der løser problemet.
2. Sammenlign flere algoritmer der løser problemet.
3. Hvad er den bedste algoritme der kan findes?

# Udvikling og vurdering af algoritmer

1. Find (mindst) én algoritme der løser problemet.
2. Sammenlign flere algoritmer der løser problemet.
3. Hvad er den bedste algoritme der kan findes?

Punkt 1: Kræver ideer, tænkearbejde, erfaring, og en værktøjskasse af kendte algoritmer. Korrekthed: ved analyse eller implementation/afprøvning?

Punkt 2: Kræver definition af hvad er kvalitet. Sammenligning: ved analyse eller implementation/afprøvning?

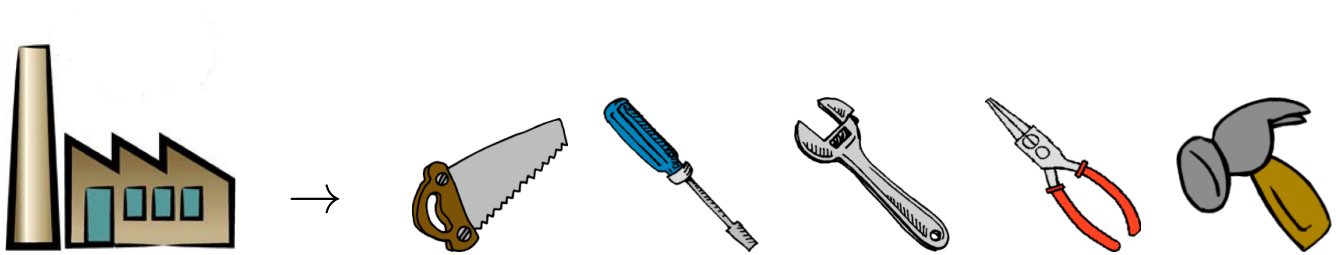
Analyse: Giver høj sikkerhed for korrekthed. Sparer implementationsarbejde. Sammenligning upåvirket af: maskine, sprog, programmør, konkrete input.

I alle byggefag analyserer og planlægger man før man bygger (tænk storebæltsbro). Din fremtidige chef vil forlange det!

(Bemærk: Punkt 3 kan *kun* afklares med analyse.)

# Målsætning for kurset

DM507 giver dig en værktøjskasse af algoritmer for fundamentale problemer, samt metoder til at udvikle og analysere nye algoritmer og varianter af eksisterende.



# Målsætning for kurset

Regneøvelser og programmeringsprojekter øger din forståelse for værktøjerne og træner dig i brug af værktøjskassen.

Undervejs begejstres du måske også over smarte og elegante ideer i algoritmer og analyser.

# Konkret indhold af kurset

Algoritmer:

- Analyse af algoritmer: korrekthed og køretid
- Del og hersk algoritmer
- Grådige algoritmer
- Dynamisk programmering
- Sortering
- Graf-algoritmer
- Huffman-kodning

Datastrukturer:

- Ordbøger (søgetræer og hashing)
- Prioritetskøer (heaps)
- Disjunkte mængder

# Algoritmeanalyse

Mindstekrav til algoritmer for at løse et problem:

- Stopper for alle input.
- Korrekt output når stopper.

Kvalitet af algoritmer som opfylder mindstekrav:

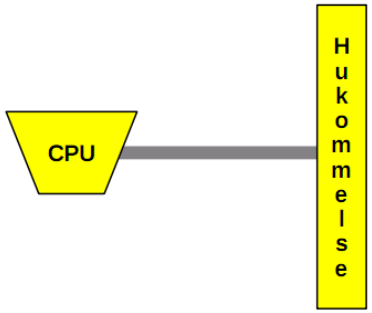
- Hastighed
- Pladsforbrug
- Kompleksitet af implementation
- Ekstra egenskaber (problemspecifikke), f.eks. stabilitet af sortering.

For dette kræves følgende ingredienser: klar beskrivelse af problem og maskine (modeller), en definition af kvalitet, samt en værktøjskasse af analyseredskaber.

# Ingredienser i algoritmeanalyse

- Model af problem. Individuelt for hvert problem.
- Model af maskine. Ofte RAM-modellen (alias von Neumann modellen).
- Mål for ressourceforbrug (tid og plads).
- Analyseværktøjer: Løkkeinvarianter, induktion, rekursionsligninger.

# RAM-modellen



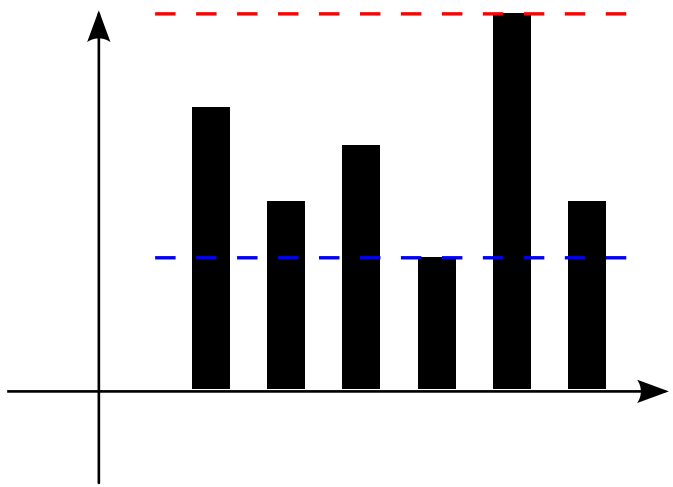

- En CPU
- En hukommelse ($\sim$ uendeligt array af celler).
- Et antal basale operationer: add, sub, mult, shift, compare, flyt dataelement, jump i program (løkke, forgrening, metodekald). Disse antages alle at tage samme tid.

- Tid for en algoritme: antal basale operationer udført.
- Plads for en algoritme: maks antal optagne hukommelsesceller.

# Måle ressourceforbrug

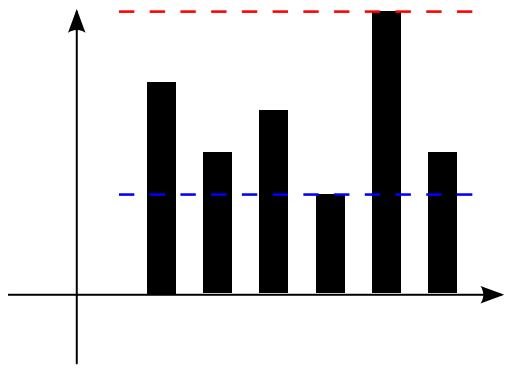
For en givet størrelse $n$ af input er der ofte mange forskellige input instanser. Algoritmen har som regel forskelligt ressourceforbrug på hver af disse. Hvilket skal vi bruge til at vurdere ressourceforbruget?

- Worst case (max over alle input af størrelse $n$)
- Average case (gennemsnit over en fordeling af input af størrelse $n$)
- Best case (min over alle input af størrelse $n$)



Køretid for de forskellige input af størrelse $n$

# Worst case ressourceforbrug



Worst case giver garanti. Ofte repræsentativ for average case (men nogen gange betydeligt mere pessimistisk).

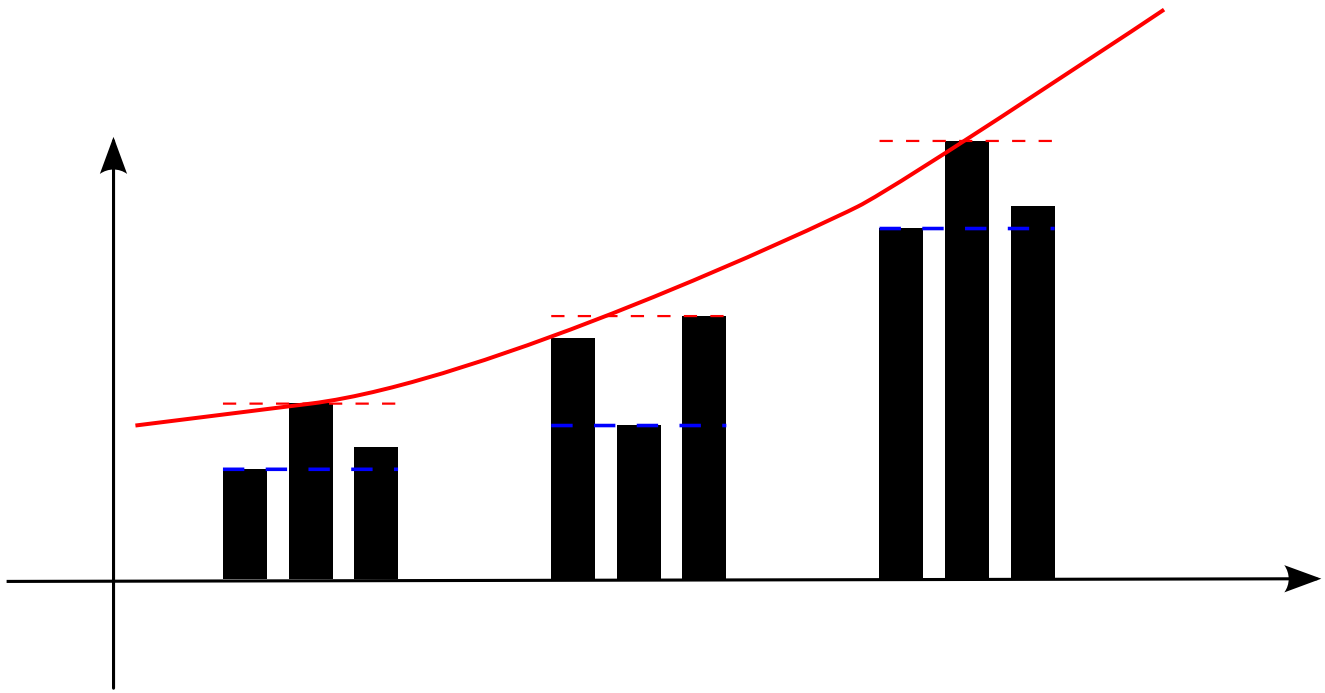
Average case: Hvilken fordeling? Er den realistisk? Ofte svær analyse at gennemføre (matematisk svær).

Best case: Giver som regel ikke megen relevant information.

Næsten alle analyser i dette kursus er worst case.

# Forskellige inputstørrelser

Worstcase køretid er normalt en voksende funktion af inputstørrelsen $n$:

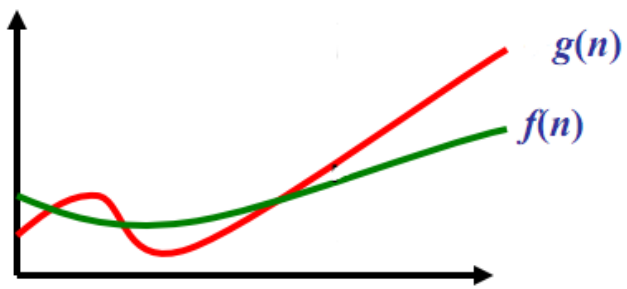


Køretid for de forskellige input af stigende størrelse $n$

# Voksehastighed

Forbruget skal derfor ses som en funktion $f(n)$ af inputstørrelsen $n$.

Vi har derfor brug for at sammenligne funktioner. Det relevante mål er voksehastighed - en hurtigere voksende funktion vil altid overhale en langsomt voksende funktion når $n$ bliver stor nok. Og for små $n$ er (næsten) alle algoritmer hurtige.



# Voksehastighed

Eksempler (stigende voksehastighed):

$$1, \quad \log n, \quad \sqrt{n}, \quad n/\log n, \quad n, \quad n \log n,$$

$$n\sqrt{n}, \quad n^2, \quad n^3, \quad n^{10}, \quad 2^n$$

Næste gang: mere præcis definition af asymptotisk voksehastighed og sammenligninger heraf.

# Konkret eksempel på algoritmeanalyse

Ombytningspuslespil. . .