

DM507 – Opgaver uge 13

Opgaverne med rekursionsligninger i del II i denne uge skal (medmindre andet er angivet) løses både ved hjælp af rekursionstræsmetoden (afsnit 4.4) og ved hjælp af Master Theorem (afsnit 4.5)—det sidste når det er muligt.

En tredje metode er substitutionsmetoden (afsnit 4.3), som principielt er ganske enkel (det er blot et induktionsbevis) og som er meget generel. Den kræver dog et godt gæt på en løsning, og kan også være lidt teknisk at bruge. Den er derfor *ikke* del af pensum.

Omhyggeligt udført fungerer rekursionstræmetoden aldeles fint som bevis (og ikke kun som generator af gæt til substitutionsmetoden, hvilket ellers synes at være bogens synspunkt i afsnit 4.4—i modstrid med at beviset i afsnit 4.6 (ikke pensum) for Master Theorem netop er en anvendelse af rekursionstræmetoden på en generisk rekursionsligning).

Angående løsning af rekursionsligninger, vær sikker på at have læst side 67 om tekniske detaljer der generelt kan udelades når man arbejder med rekursionsligninger (for den enkelte rekursionsligning er det i øvrigt som regel nemt under brugen af rekursionstræsmetoden at se at de kan udelades, jvf. f.eks. øvelse 4.4-3 nedenfor).

Eksaminatorier I

1. Cormen et al. øvelse 14.1-1 (side 344).
2. Cormen et al. øvelse 14.1-2 (side 344).
3. (*) Cormen et al. øvelse 14.1-5 (side 344). At læse “find” i stedet for “determine” gør måske opgaven lidt klarere. Du behøver ikke nødvendigvis give pseudo-kode, men kan også blot beskrive ideen i din algoritme, f.eks. med figurer.
4. (*) Cormen et al. øvelse 14.1-7 (side 345). Hint: tænk på insertionsort, men indsæt i et træ. Husk at elementerne i array’et antages alle at være forskellige (jvf. opgave 2-4 side 41).

5. Eksamen januar 2008, opgave 3.
6. Cormen et al. øvelse 2.1-3 (side 22). Kun spørgsmålet om invariant, resten er lavet tidligere.
7. Cormen et al. opgave 2-2 (side 40). Hint til c: tænk på Selectionsort.
8. Eksamen juni 2013, opgave 6.
9. Eksamen juni 2009, opgave 2.

Eksaminatorier II

1. Cormen et al. øvelse 4.4-1 (side 92). Udelad at bruge substitutionsmetoden, som ellers angivet til sidst, men løs i stedet også rekursionsligningen via Master Theorem som check.
2. Cormen et al. øvelse 4.4-2 (side 92). Udelad at bruge substitutionsmetoden, som ellers angivet til sidst, men løs i stedet også rekursionsligningen via Master Theorem som check.
3. Cormen et al. øvelse 4.4-7 (side 93). Udelad at bruge substitutionsmetoden, som ellers angivet til sidst, men løs i stedet også rekursionsligningen via Master Theorem som check.
4. Eksamen juni 2010, opgave 1a. (Opgaven behøves kun løst med Master Theorem.)
5. Eksamen januar 2006, opgave 1c. (Opgaven behøves kun løst med Master Theorem.)
6. (*) Cormen et al. øvelse 4.4-3 (side 93). Udelad at bruge substitutionsmetoden, som ellers angivet til sidst. Kan man løse rekursionsligningen via Master Theorem? [Teknisk detalje: for denne rekursionsformel skal base case (og dermed størrelsen af input i bladene) være $n \leq 5$ (for f.eks. $n = 4$ viser $4/2 + 2 = 4$ at det rekursive kald ikke bliver mindre, dvs. at rekursionen aldrig vil stoppe, hvis grænsen til base case lægges lavere end $n \leq 5$).]

Studiegrupper

Forslag til fokus for arbejde i studiegrupper (hvis man er i en sådan):

I invariant-opgaverne, arbejd med at forstå 1) hvordan invarianten er sand før første løkke gennemløb, 2) hvordan invarianten bliver vedligeholdt sand af løkkens handlinger under hver ny iteration af løkken, og 3) hvordan den betingelse, som fik løkken til at stoppe, sammen med invarianten beviser det ønskede om algoritmen ved dens afslutning.

For opgaverne med rekursionsligninger, løs dem i fællesskab.