

Opgaver Uge 15

DM507/DM578/DS814/SE4-DMAD

A: Løses i løbet af øvelsestimerne i uge 15

1. Cormen et al., 4. udgave, øvelse 4.5-1 (side 106) [Cormen et al., 3. udgave: øvelse 4.5-1 (side 96)]. Opgaven skal kun løses med Master Theorem. [I Cormen et al., 3. udgave mangler én af opgaverne. Denne opgave har $f(n) = \sqrt{n} \log^2 n$.]
2. Cormen et al., 4. udgave, øvelse 4.5-3 (side 106) [Cormen et al., 3. udgave: øvelse 4.5-3 (side 97)]. Opgaven skal kun løses med Master Theorem.
3. Løs følgende rekursionsligning med rekursionstræmetoden:

$$T(n) = 2 \cdot T(n - 1) + 1$$

Kan man løse rekursionsligningen via Master Theorem?

4. Cormen et al., 4. udgave, øvelse 2.3-5 (side 44) [Cormen et al., 3. udgave: øvelse 2.3-4 (side 39), med tilføjelse af også at opskrive pseudokode for algoritmen]. Løs derefter rekursionsligningen via rekursionstræmetoden. Kan man løse rekursionsligningen via Master Theorem?
5. Cormen et al., 4. udgave, øvelse 4.2-1 (side 89) [Cormen et al., 3. udgave: øvelse 4.2-1 (side 82)]. Dvs. beregn S_1, \dots, S_{10} , P_1, \dots, P_7 samt C_{11} , C_{12} , C_{21} og C_{22} for det simple tilfælde at A_{ij} , B_{ij} og C_{ij} er 1×1 -matricer, dvs. blot er tal. Bemærk, at vi her ser, at Strassens algoritme kan siges at stamme fra at opdage, hvordan matrixproduktet af to 2×2 -matricer kan findes ved kun at bruge 7 multiplikationer af tal. Strassen erstatter derefter blot tal i 2×2 -matricer med $n/2 \times n/2$ -delmatricer i $n \times n$ -matricer. Dette hjælper til at forstå formuleringen af øvelse 4.2-4 [Cormen et al., 3. udgave: øvelse 4.2-5] nedenfor.

6. Hvordan kan Strassens algoritme udvides, så den kan gange $n \times n$ matricer sammen, hvor n ikke er en potens af to? [Hint: fyld op med nuller.] Argumentér for, at køretiden stadig er $\Theta(n^{\log_2 7})$.

B: Løses hjemme inden øvelsestimerne i uge 16

1. Eksamen juni 2013, opgave 1. (Opgaven skal kun løses med Master Theorem.)
2. Løs følgende rekursionsligning med Master Theorem:

$$T(n) = 4 \cdot T(n/2) + n^2 \log(n)$$

(*) Ekstraopgave (frivillig): Løs den også med rekursionstræmetoden. Hint: den ligner eksempel 4 fra slides.

3. (*) Løs følgende rekursionsligning med rekursionstræmetoden:

$$T(n) = 4 \cdot T(n/2 + 2) + n$$

Kan man løse rekursionsligningen via Master Theorem? [Teknisk detalje: for denne rekursionsformel skal base case (og dermed størrelsen af input i bladene) være $n \leq 5$ (for f.eks. $n = 4$ viser $4/2 + 2 = 4$ at det rekursive kald ikke bliver mindre, dvs. at rekursionen aldrig vil stoppe, hvis grænsen til base case lægges lavere).] Hint: bliv inspireret af sidste eksempel i slides (om floors og ceilings).

4. Cormen et al., 4. udgave, øvelse 4.2-4 (side 89) [Cormen et al., 3. udgave: øvelse 4.2-5 (side 82)].
5. Cormen et al., 4. udgave, øvelse 4.5-2 (side 106) [Cormen et al., 3. udgave: øvelse 4.5-2 (side 97)].