Institut for Matematik og Datalogi
Syddansk Universitet, Odense

2. maj 2025
RF

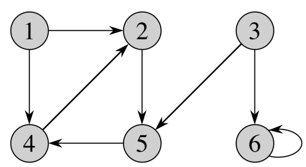
Opgaver Uge 20

DM507/DM578/DS814/SE4-DMAD

A: Løses i løbet af øvelsestimerne i uge 20

1. Cormen et al., 4. udgave, øvelse 20.2-1 (side 562) [Cormen et al., 3. udgave: øvelse 22.2-1 (side 601)]:

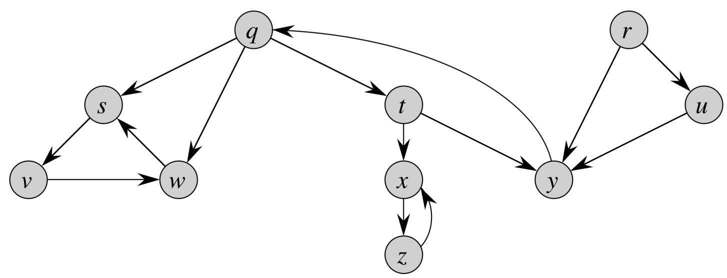
   Kør BFS(G, s) på nedenstående orienterede graf G, med knuden 3 som startknuden s. Angiv de resulterende d- og π-værdier.

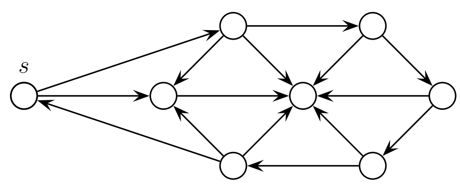
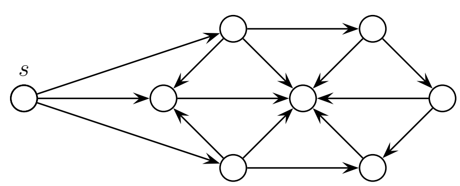
2. Se på grafen G ovenfor som en uorienteret graf (dvs. se bort fra alle pilehoveder). Kør igen BFS(G, s) med knuden 3 som startknuden s. Angiv de resulterende d- og π-værdier.

3. Cormen et al., 4. udgave, øvelse 20.3-2 (side 571) [Cormen et al., 3. udgave: øvelse 22.3-2 (side 610)]:

   Kør DFS(G) på nedenstående graf. Antag, at knuder er ordnet alfabetisk i **for**-loopet i DFS(G), og at nabolister er ordnet alfabetisk i **for**-loopet i DFS-Visit(G, u). Angiv de resulterende d- og f-værdier for knuder og de resulterende kanttyper (tree, back, forward, cross) for kanter.



4. Eksamen juni 2010, opgave 2, spørgsmål a og b:

> **Spørgsmål a (6%):** For alle knuder v i grafen G_1, angiv distanceværdien $v.d$ som tildeles ved bredde-først søgning (BFS) med start i knuden s.
>
> 
>
>
> Figur 1: Grafen G_1
>
> **Spørgsmål b (7%):** For alle knuder v i grafen G_2, angiv starttiden (discovery time) $v.d$ og sluttiden (finishing time) $v.f$ som tildeles ved dybde-først søgning (DFS) med start i knuden s.
>
> (For DFS afhænger det præcise resultat af ordningen af knuders nabolister. Du skal her antage at på figuren er alle knudes nabolister ordnet "med uret", startende fra "lodret opad".)
>
> 
>
>
> Figur 2: Grafen G_2

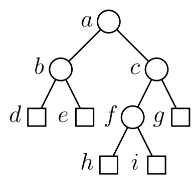
De næste to opgaver er repetition af tidligere stof.

5. Eksamen juni 2012, opgave 1:

Spørgsmål a (5%):

Angiv en farvning af knuderne i træet T_1 som gør det til et rød-sort træ. (Svar ved at skrive en liste af navnene på de sorte knuder og en liste med navnene på de røde knuder.)

T_1:

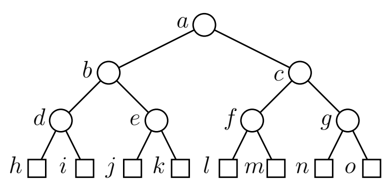


□

Spørgsmål b (5%):

Angiv *alle* farvninger af knuderne i træet T_2 som gør det til et rød-sort træ. (Svar ved for hver farvning at skrive en liste af navnene på de sorte knuder og en liste med navnene på de røde knuder.)

T_2:



□

6. Eksamen juni 2012, opgave 3:

Spørgsmål a (7%):

Angiv løsningen til følgende rekursionsligning.

$$T(n) = 8 \cdot T(n/4) + n^{1.5}$$

Spørgsmål b (8%):

Angiv for hver af følgende rekursionsligninger *om* de kan løses ved hjælp af master theorem (Theorem 4.1) i lærebogen. For hver ligning hvor svaret er positivt, angiv hvilken af de tre cases i master theorem som løser den. (Du behøver ikke angive selve løsningen.)

$$\begin{array}{rl} \text{i)} & T(n) = 14 \cdot T(n/13) + n \\ \text{ii)} & T(n) = 13 \cdot T(n/13) + n \log n \\ \text{iii)} & T(n) = 14 \cdot T(n/13) + n \log n \\ \text{iv)} & T(n) = 13 \cdot T(n/14) + n \end{array}$$

I spørgsmål b, angiv også løsningerne (selv om teksten siger det modsatte). Bemærk at mængden af rekursionsligninger, som *kan* løses med master theorem, er steget fra 3. til 4. udgave af lærebogen. Vi skal her (og til eksamen) bruge versionen fra 4. udgave (som også findes på slides).

B: Løses hjemme inden øvelsestimerne i uge 21

1. Cormen et al., 4. udgave, øvelse 20.2-3 (side 562) [Cormen et al., 3. udgave: øvelse 22.2-3 (side 602)]:

   Forklar, hvorfor den sidste linje i BFS(G, s) kan udelades uden at ændre algoritmens opførsel. [Dette viser, at farverne hvid og ikke-hvid er nok, hvilket kun kræver én bit at opbevare i knuder.] Hint: bruges forskellen grå/sort til at tage beslutninger i algoritmen?

   Ekstraopgave: forklar, hvorfor heller ikke denne bit er nødvendig i BFS. [Hint: se på d-værdierne i stedet. (Hvorfor kan π-værdierne ikke bruges?)]

2. Cormen et al., 4. udgave, øvelse 20.3-4 (side 571) [Cormen et al., 3. udgave: øvelse 22.3-4 (side 611)]:

   Forklar, hvorfor linje "$u.color = \text{BLACK}$" i DFS-VISIT(G, u) kan udelades uden at ændre algoritmens opførsel. [Dette viser, at farverne hvid og ikke-hvid er nok, hvilket kun kræver én bit at opbevare i knuder.] Hint: bruges forskellen grå/sort til at tage beslutninger i algoritmen?

   Ekstraopgave: hvordan kan man i DFS bruge d-værdierne i stedet for denne bit?

3. Cormen et al., 4. udgave, øvelse 20.3-9 (side 572) [Cormen et al., 3. udgave: øvelse 22.3-10 (side 612)]:

   Forklar, hvordan pseudo-koden for DFS kan udvides til at udskrive typen for alle kanter i inputgrafen G. Antag først, at G er orienteret. Gentag derefter under antagelse af, at G er uorienteret.

   Note: For denne udvidelse af DFS er det nødvendigt, at DFS bruger alle farverne hvid, grå og sort (modsat Cormen et al., 4. udgave øvelse 20.3-4 ovenfor).

4. Cormen et al., 4. udgave, øvelse 20.4-3 (side 575) [Cormen et al., 3. udgave: øvelse 22.4-3 (side 615)]:

   Lav en algoritme, som kan afgøre, om en uorienteret graf indeholder en kreds (cycle). Algoritmen skal køre i tid $O(|V|)$, uafhængigt af værdien af $|E|$.

   Der må bruges, at hvis en uorienteret graf er acyklisk (ikke indeholder en kreds), så er $|E| \leq |V| - 1$ (dette følger af sætning B.2, punkt 5 og 6 (side 1170 [Cormen et al., 3. udgave: side 1174])).

5. ($*$) Cormen et al., 4. udgave, øvelse 20.2-7 (side 563) [Cormen et al., 3. udgave: øvelse 22.2-7 (side 602)]:

   En uorienteret graf $G = (V, E)$ kaldes *bipartite*, hvis knudemængden V kan deles i to delmængder A og B, således at alle kanter har det ene endepunkt i A og det andet i B.

   Lav en algoritme, som i tid $O(|V| + |E|)$ kan afgøre, om en given uorienteret graf er bipartite. Hvis svaret er ja, skal algoritmen også returnere en mulig opdeling i A og B.

   Hint: Udvid BFS passende.