DM534 — Øvelser Uge 37

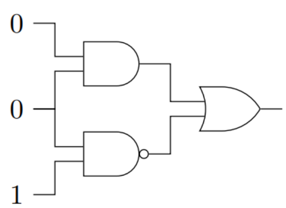
Introduktion til Datalogi, Efterår 2021

Jonas Vistrup

1 I

1.1

Hvad er output af kredsløbet nedenfor?



0 and 0 = 0, 0 nand 1 = 1.

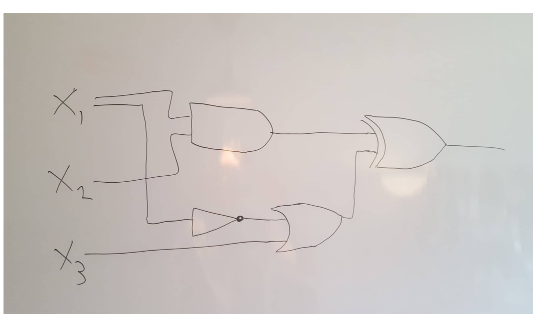
0 or 1 = 1.

1.2

Hvad er værdien af nedenstående Boolske udtryk hvis (x_1, x_2, x_3) er lig $(0, 1, 0)$? Opskriv et kredsløb svarende til udtrykket.

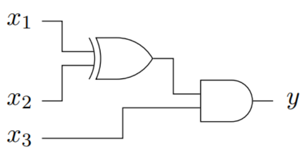
$$(x_1 \wedge x_2) \oplus (x_3 \vee (\neg x_1))$$

$$(0 \wedge 1) \oplus (0 \vee (\neg 0)) = 0 \oplus (0 \vee 1) = 0 \oplus 1 = 1$$



1.3

Opskriv et Boolsk udtryk ($\neg, \wedge, \vee, \oplus, etc.$) som svarer til nedenstående kredsløb. For hvilke værdier af x, y og z vil kredsløbet kredsløbet nedenfor give output 1? Opskriv hele tabellen for kredsløbet.



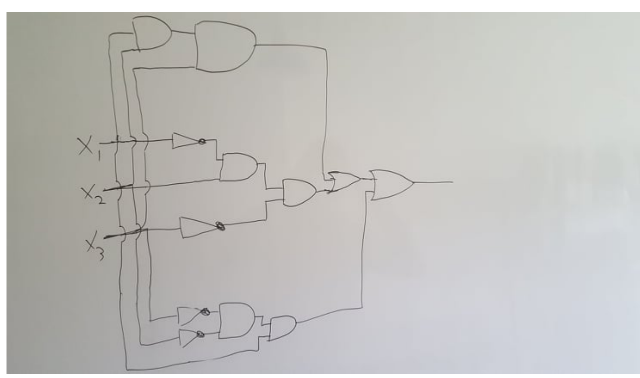
$$(x_1 \oplus x_2) \wedge x_3$$

x_1	x_2	x_3	y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

1.4

Lav et Boolsk udtryk med NOT, AND, OR og tre input variable, som har nedenstående tabel. Tegn også et tilsvarende kredsløb med tre inputs.

x_1	x_2	x_3	y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1



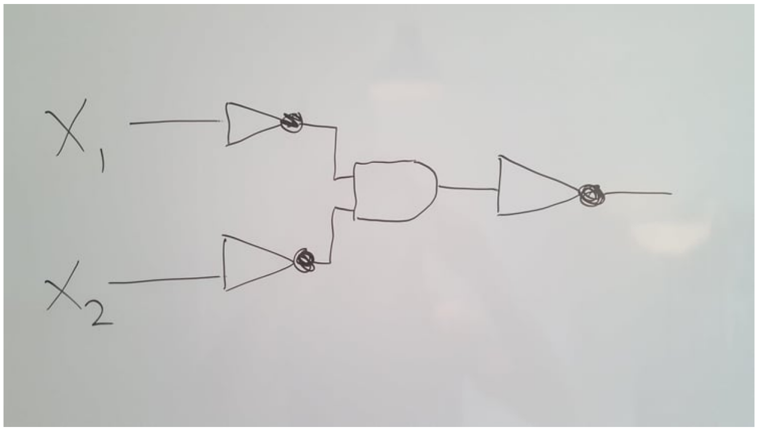
$$(\neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3) \vee (x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge x_3)$$

$$(((\neg x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge \neg x_2)) \wedge \neg x_3) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge x_3)$$

1.5

Vis hvordan man kan lave en OR-gate ved hjælp af AND-gates og NOT-gates.

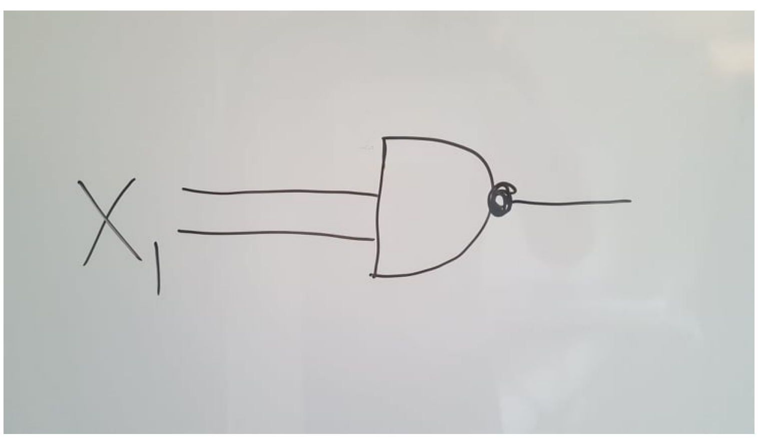
(Til forelæsningen blev det vist, at alle boolske funktioner kan implementeres med AND-, OR-, og NOT-gates. Opgaven her viser, at AND- og NOT-gates er nok.)



1.6

Vis hvordan man kan lave en NOT-gate ved hjælp af en NAND-gate. Vis derefter hvordan man kan lave en AND-gate ved hjælp af NAND-gates.

(Sammen med opgaven ovenfor viser dette, at NAND-gates er nok til at implementere alle boolske funktioner.)



1.7

Opskriv den korrekte tabel for funktionen **Resultat**(x_1, x_2, x_3) fra slides om gates.

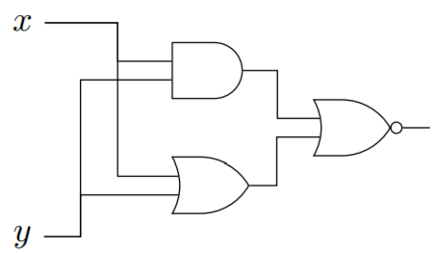
- RESULTAT(x_1,x_2,x_3), som ud fra de to input-cifre x_1 og x_2 samt menten x_3 på denne plads giver output-cifferet på denne plads.

x_1	x_2	x_3	y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

2 II

2.1

Opskriv tabellen for nedenstående kredsløb. Hvilken enkelt-gate svarer det til?

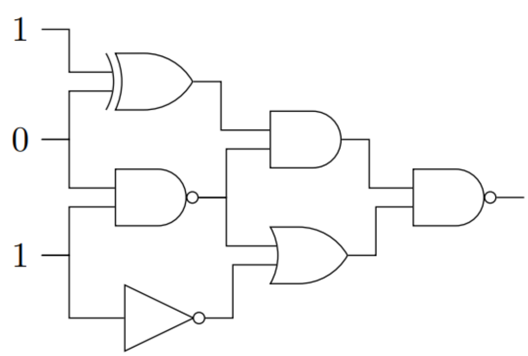


SVAR:

x	y	NOR
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

2.2

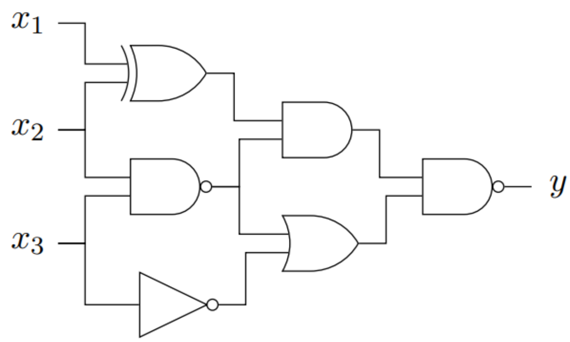
Hvad er output af kredsløbet nedenfor?



SVAR: 0.

2.3

Opskriv et Boolsk udtryk som svarer til samme kredsløb. Opskriv hele tabellen for kredsløbet.



SVAR:

$$\neg(((x_1 \oplus x_2) \wedge \neg(x_2 \wedge x_3)) \wedge (\neg(x_2 \wedge x_3) \vee \neg x_3))$$

x_1	x_2	x_3	y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

2.4

Lav et Boolsk udtryk med NOT, AND, OR og tre input variable, som har nedenstående tabel. Tegn også et tilsvarende kredsløb med tre inputs.

x_1	x_2	x_3	y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

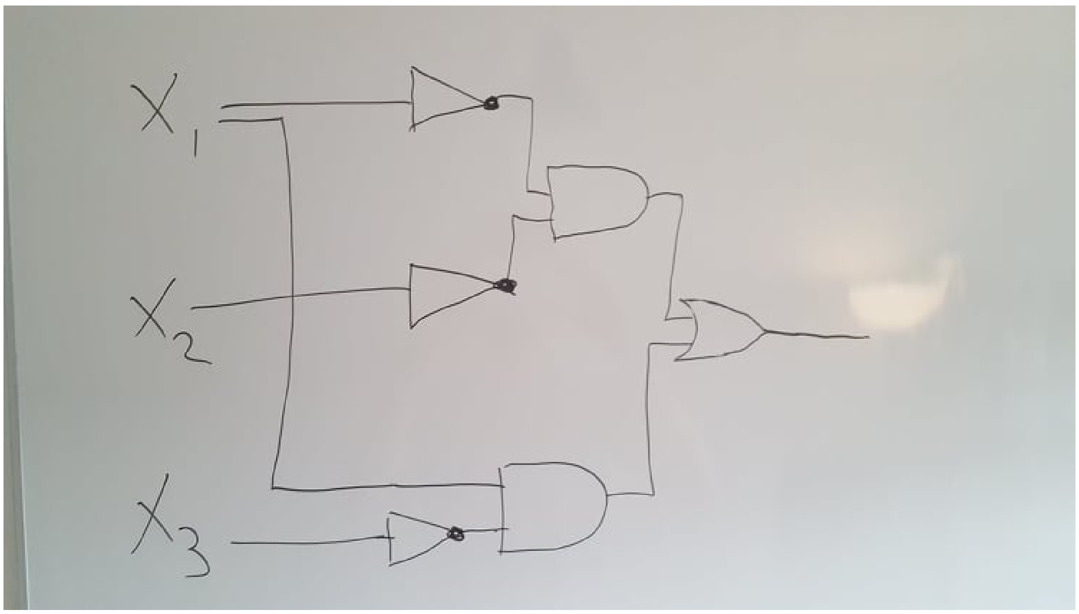
SVAR:

$$(\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3)$$

$$((\neg x_1 \wedge \neg x_2) \wedge (\neg x_3 \vee x_3)) \vee (x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3)$$

$$(\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3)$$

$$(\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (x_1 \wedge \neg x_3)$$



2.5

Opskriv den korrekte tabel for funktionen **Mente**(x_1, x_2, x_3) fra slides om gates.

- MENTE(x_1,x_2,x_3), som ud fra de to input-cifre x_1 og x_2 samt menten x_3 på denne plads giver menten på næste plads.

SVAR:

x_1	x_2	x_3	y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

2.6

Repetér hvordan I lærte i folkeskolen at gange flercifrede tal i 10-talsystemet sammen (på papir, uden lommeregner). Lav f.eks. regnestykkerne $123 \cdot 432$ og $321 \cdot 765$. Overvej hvorfor det virker (husk definitionen af 10-talsystemet, se evt. slides).

Brug derefter samme princip til at lave en gangemetode i 2-talsystemet. Lav f.eks. regnestykkerne $111 \cdot 101$ og $10110 \cdot 11110$ på denne måde. Check at du har regnet rigtigt ved at konverterer de fire tal samt de to resultater fra 2-talsystemet til 10-talsystemet og derefter gange sammen på lommeregner der.

Forklar metoden, og argumentet for at den fungerer, klarest muligt for hinanden.

SVAR:

$$111 \cdot 101 = 111 + 11100 = 100011$$

$111 = 2^2 + 2^1 + 2^0$ og $101 = 2^2 + 2^0$, så $111 \cdot 101 = (2^2 + 2^1 + 2^0) \cdot (2^2 + 2^0) = (2^2 + 2^1 + 2^0) \cdot 2^2 + (2^2 + 2^1 + 2^0) \cdot 2^0 = 111 \cdot 100 + 111 \cdot 001$